

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МАНИПУЛЯТОРОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ КИНЕМАТИКИ

В. В. Кузнецов, С. Е. Карпович, М. М. Форулан

*Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
Минск, Беларусь
e-mail: vitaly.kuznetsov2014@icloud.com*

Рассматривается разработанная математическая модель и вычислительные алгоритмы проведения кинематического исследования пространственного механизма с шестью степенями свободы, построенного на базе трех планарных позиционеров.

Ключевые слова: манипулятор; параллельная кинематика; имитационное моделирование; интерактивная визуализация.

SIMULATION OF SPATIAL MANIPULATORS OF PARALLEL KINEMATICS

V. U. Kuzniatsou, S. E. Karpovich, M. M. Forutan

*Belarusian State University
of Informatics and Radioelectronics
Minsk, Belarus*

Mathematical model and calculation algorithms were worked out for kinematics problem solution of actuation mechanism for the system movements with 6 degrees of freedom. Model is built on the basis of the three planar positioners.

Keywords: manipulator; parallel kinematic; simulation; interactive visualization.

Использование в пространственных системах перемещений в качестве многокоординатного привода нескольких планарных позиционеров на одном статоре [1] приводит к необходимости решать прямую и обратную задачи кинематики с учетом геометрии позиционеров и их возможных коллизий, возникающих при реализации управляемых движения [2]. Решению этой задачи для трех планарных позиционеров, входящих в состав рассматриваемой в работе системы перемещений, посвящено настоящее исследование. Система перемещений с шестью степенями свободы, представленная на рис. 1, состоит из группы Ассура третьего класса (звенья 5, 6, 7, 8) и шести-координатного привода в виде трех управляемых планарных позиционеров 1, 2, 3, перемещающихся на одном общем для них статоре 4. Такая конструктивная особенность системы перемещений накладывает специфические требования, которые необходимо учитывать при разработке алгоритмов программируемых движений исполнительного элемента, в данном случае платформы *ABC*. Структурно-кинематическая расчетная схема рассматриваемой системы перемещений представлена на рис. 2.

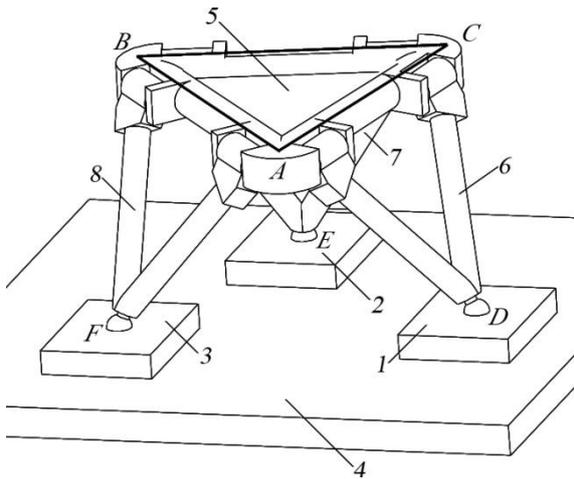


Рис. 1. Система перемещений с шестью степенями свободы

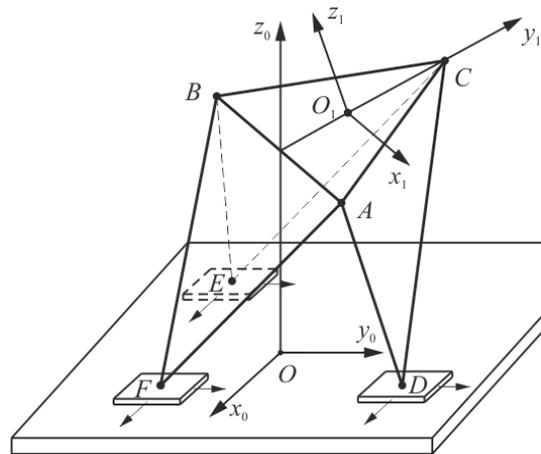


Рис. 2. Структурно-кинематическая расчетная схема

Топологически система перемещений образована четырьмя шарнирно-связанными треугольными звеньями ABC , ADC , CEB и AFB . Поворотные взаимные движения происходят по линиям (осям) AC , CB и AB соответственно.

Для описания такой пространственной конфигурации выберем системы координат: $S_0(x_0, y_0, z_0)$ – неподвижную, связанную с неподвижным плоским статором; $S_1(x_1, y_1, z_1)$ – жестко связанную с подвижным выходным звеном ABC , движение которого в пространстве определяется технологическими требованиями на программируемые перемещения.

Положение системы координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$ в системе координат $S_0(x_0, y_0, z_0)$ представим в матричном виде:

$$M_{01} = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \theta & -\sin \varphi \cos \psi + \cos \varphi \sin \theta \sin \psi & \sin \varphi \sin \psi + \cos \varphi \sin \theta \cos \psi & x_{O_1} \\ \sin \varphi \cos \theta & \cos \varphi \cos \psi + \sin \varphi \sin \theta \sin \psi & -\cos \varphi \sin \psi + \sin \varphi \sin \theta \cos \psi & y_{O_1} \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \psi & \cos \theta \cos \psi & z_{O_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где φ , θ , ψ – углы Эйлера [3], задающие ориентацию платформы ABC в системе координат S_1 ; x_{O_1} , y_{O_1} , z_{O_1} – текущие координаты точки O_1 начала подвижной системы координат S_1 в неподвижной системе координат S_0 .

Для вывода рекуррентных аналитических функций алгоритма решения обратной задачи кинематики рассмотрим математическое описание выбранного фрагмента параллельной структуры AFB , связанной с платформой ABC вращательным соединением AB .

В соответствии с принятым координатным описанием топологии этого фрагмента матрицы перехода между соответствующими системами координат S_2 и S_1 , S_3 и S_2 будут иметь вид

$$M_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -a/2\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad M_{23} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega_1 & -\sin \omega_1 & 0 \\ 0 & \sin \omega_1 & \cos \omega_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

С учетом (1) и (2) полная цепочка матричных преобразований координат положения точки F из системы координат S_0 в систему координат S_1 будет иметь вид

$$R_0^F = M_{01}M_{12}M_{23}R_3^F, \quad (3)$$

где R_3^F – положение точки F в системе координат S_3 .

Выполнив матричные умножения в соответствии с (3), получим

$$R_0^F = \frac{\sqrt{3}}{2} a \begin{bmatrix} a_{12} \left(\cos \omega_1 + \frac{1}{3} \right) - a_{13} \left(\sin \omega_1 + \frac{1}{3} \right) + \frac{2}{\sqrt{3}} a_{14} \\ a_{22} \left(\cos \omega_1 + \frac{1}{3} \right) - a_{23} \left(\sin \omega_1 + \frac{1}{3} \right) + \frac{2}{\sqrt{3}} a_{24} \\ a_{32} \left(\cos \omega_1 + \frac{1}{3} \right) - a_{33} \left(\sin \omega_1 + \frac{1}{3} \right) + \frac{2}{\sqrt{3}} a_{34} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Так как положение точки F ограничено общей плоскостью перемещения точек D , E и F , т. е. плоскостью x_0Oy_0 , по которой осуществляется кинематическое замыкание тремя планарными позиционерами, аналитическое условие этого замыкания из (4) будет иметь вид

$$\frac{\sqrt{3}}{2} a \left(a_{32} \left(\cos \omega_1 + \frac{1}{3} \right) - a_{33} \left(\sin \omega_1 + \frac{1}{3} \right) + \frac{2}{\sqrt{3}} a_{34} \right) = 0, \quad (5)$$

отсюда получим

$$\cos \omega_1 = \frac{-M_1 P_1 \pm \sqrt{M_1^2 P_1^2 - (M_1^2 + N_1^2)(P_1^2 + N_1^2)}}{M_1^2 + N_1^2}, \quad (6)$$

где $M_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} a a_{32}$; $N_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} a a_{33}$; $P_1 = \frac{1}{2\sqrt{3}} a a_{32} - a_{34}$.

Выражение (6) позволяет найти два возможных значения угла $\omega_1 (\omega_1^1, \omega_1^2)$ соответствующие двум конфигурационным вариантам положения подвижного звена AFB . Координаты x_F и y_F положения точки F на плоскости x_0Oy_0 для каждого из углов ω_1^1, ω_1^2 определяются из (4) по формулам:

$$x_0^F = \frac{\sqrt{3}}{2} a \left(a_{12} \left(\cos \omega_1 + \frac{1}{3} \right) - a_{13} \left(\sin \omega_1 + \frac{1}{3} \right) + \frac{2}{\sqrt{3}} a_{14} \right), \quad (7)$$

$$y_0^F = \frac{\sqrt{3}}{2} a \left(a_{22} \left(\cos \omega_1 + \frac{1}{3} \right) - a_{23} \left(\sin \omega_1 + \frac{1}{3} \right) + \frac{2}{\sqrt{3}} a_{24} \right). \quad (8)$$

Аналогичным образом осуществляется алгоритмизация математических моделей для точек D и E .

На основании представленной выше математической модели и проведенной алгоритмизации для интерактивного компьютерного моделирования был разработан комплекс программ в среде MATLAB [4], позволяющий решать различные задачи кинематики рассматриваемого механизма параллельной кинематики с визуализацией результатов.

При разработке программ исходными данными являлись все геометрические и конструктивные параметры, а также линейные и угловые координаты, определяющие

положение и ориентацию выходного звена рабочей платформы ABC . Расчетными параметрами при этом являлись обобщенные линейные ортогональные координаты точек D , E и F трех планарных позиционеров.

Для интерактивного имитационного моделирования в среде MATLAB был разработан удобный пользовательский интерфейс, представленный на рис. 3, который включает окно задаваемых конструкций параметров (1), углов ориентации φ , θ , ψ (2), линейных координат x_0 , y_0 , z_0 (3), панель команд (4), панель числовых результатов моделирования (5) и панель интерактивной визуализации результатов в виде эскиза (6).

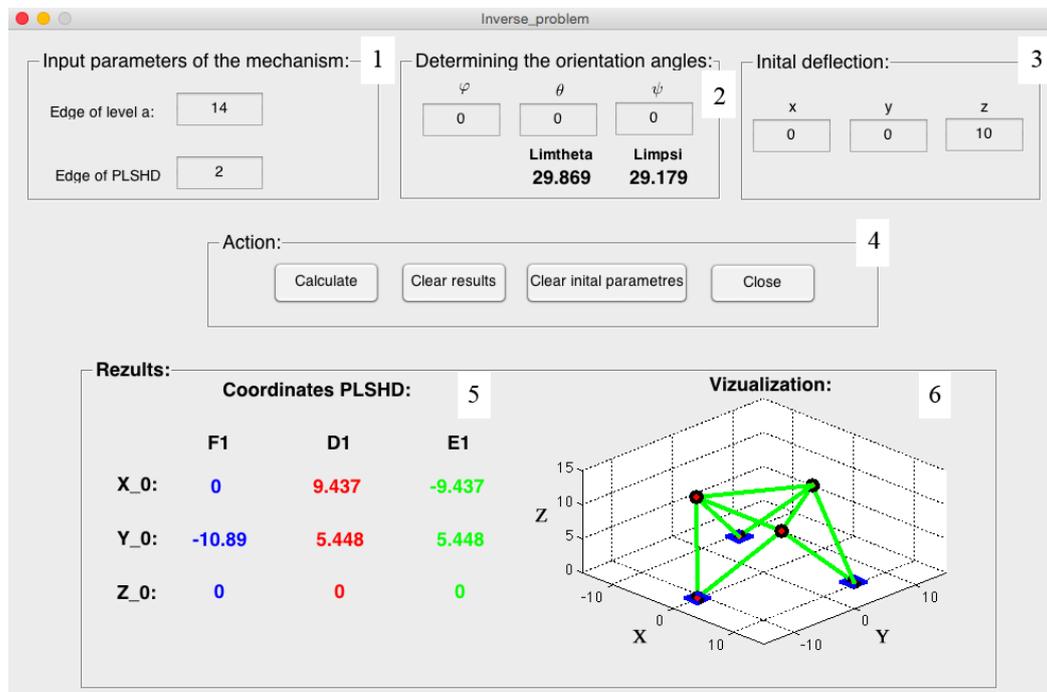


Рис. 3. Интерфейс программы моделирования обратной задачи кинематики

В результате компьютерного моделирования по этой программе могут быть получены расчетные текущие координаты всех опорных точек D , E и F планарных позиционеров в плоскости статора, что позволяет, используя инструмент Optimization Toolbox среды MATLAB, выполнять интерактивную визуализацию полученного конкретного решения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. Системы многокоординатных перемещений и исполнительные механизмы для прецизионного технологического оборудования / В. В. Жарский [и др.]; под ред. д-ра техн. наук, проф. С. Е. Карповича. Минск : Бестпринт, 2013.
2. Heimann B., Gerth W., Popp K. Mechatronika. Komponenty, metody, przyklady. Warszawa : PWN, 2001.
3. Карпович С. Е., Жарский В. В., Дайняк И. В. Системы перемещений на основе привода прямого действия. Минск : БГУИР, 2008.
4. MATLAB. The Language of Technical Computing – The MathWorks, Inc., Natick, MA, 2004.