

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ К ДЕСТРУКТИВНЫМ ВОЗДЕЙСТВИЯМ РАЗЛИЧНОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

Н. Н. Масалитина

Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины

Гомель, Беларусь

e-mail: masalitina@rambler.ru

На основе исследования поведения сложных систем различной природы (производственные, технологические, биомедицинские) под влиянием деструктивных воздействий выявлен ряд схожих закономерностей, на основе которых разработана математическая модель устойчивости сложной системы с иерархической структурой управления, а также метод мультиклассовой классификации. Учтены взаимосвязи между элементами моделируемого процесса, определяемые иерархической структурой управляющей системы. В результате существенно снижено число параметров получаемых математических моделей поддержки принятия решений.

Ключевые слова: математическая модель; метод мультиклассовой классификации; иерархическая структура; сложная система; устойчивость.

MATHEMATICAL MODELING OF A HIERARCHICAL SYSTEM SUSTAINABILITY TO A DIFFERENT INTENSITY OF DESTRUCTIVE EFFECTS

N. N. Masalitina

Gomel State University named after F. Skorina

Gomel, Belarus

Transformations of complex systems (productive, technological, medical) under the impact of a destructive effects were explored. As a result the multiclass categorization method and the mathematical model of a hierarchical system sustainability to a different intensity of destructive were developed. A hierarchical structure of the production system was researched. As a result the composition diagnostic system parameters were optimized.

Keywords: a mathematical model; the multiclass categorization method; a hierarchical structure; a complex system; sustainability.

Задачи повышения эффективности принятия решения об управлении сложной системой являются весьма распространенными во многих предметных областях (производственная, финансовая, медицинская). В большинстве случаев их решение сопряжено со сложностью описания поведения управляемой системы вследствие ее много-

гранности и недостаточной определенности критериев измерения эффективности принимаемых решений. Методы, математические модели и алгоритмы принятия решений, разработанные для некоторой системы в определенной ситуации, чаще всего неприменимы для других.

Вместе с тем исследование особенностей процесса принятия решений, направленных на повышения устойчивости (способности выполнять основные функции под влиянием деструктивных воздействий) сложных систем различной природы (производственные, технические, биомедицинские) позволило выявить ряд схожих закономерностей и взаимосвязей между отдельными элементами, вследствие чего были разработаны универсальные инструменты, которые дают возможность в значительной степени унифицировать процесс решения таких задач, а также существенно сократить размерность получаемых математических моделей.

Несмотря на различие природы рассматриваемых сложных систем, все они обладают рядом схожих свойств. В частности, многие из них обладают иерархической структурой, т. е. их отдельные элементы имеют свойство подчиненности, и их поведение определяется поведением старших элементов [1–3]. Так, движение финансовых потоков промышленного предприятия определяется особенностями товарооборота и движения капитала, болевые эффекты в области нижних конечностей часто сопряжены с изменениями в поясничном отделе позвоночника и др. Такие взаимосвязи между элементами управляемой системы определяют взаимосвязи в отклике этих подсистем на управляющие воздействия, а значит, должны быть учтены при построении системы принятия решений. Система управления, таким образом, также будет иметь иерархическую структуру. Будем называть такие системы *системами с иерархической структурой управления* (СИСУ).

В целях выявления закономерностей изменения уровня устойчивости СИСУ к деструктивным воздействиям различной природы было проведено исследование взаимодействия основных структурных элементов, определяющих возникновение и развитие деструктивного процесса.

Декомпозиция моделируемого явления позволила выделить следующие основные элементы:

- *объект, подвергающийся деструктивным изменениям* – сложная система, имеющая нарушения функционирования либо находящаяся в условиях, способных привести к таким нарушениям;
- *управляющее воздействие* – воздействие, направленное на предупреждение деструктивных изменений и устранение их последствий;
- *внешнее регулирование* – воздействие сил, внешних по отношению к исследуемой сложной системе, определяющих возможности управления (законодательные ограничения, морально-этические нормы и др.).

В составе объекта, подвергающегося деструктивным изменениям, можно выделить элементы, непосредственно выполняющие основные функции системы, а также элементы, предназначенные для защиты от неблагоприятных внешних воздействий. Элементы первого типа будем называть *защищаемой подсистемой*, элементы второго типа – *защищающей*.

Защищающая подсистема объединяет механизмы поддержания устойчивости и механизмы восстановления устойчивости.

Механизмы поддержания устойчивости – это созданные заранее, постоянно действующие или запускаемые в случае необходимости без существенных изменений приемы противостояния деструктивным воздействиям.

Механизмы восстановления устойчивости отсутствуют при нормальном функционировании СИСУ и создаваемые в случае возникновения деструктивного процесса.

Пусть $q(t)$ – состояние СИСУ такое, что большему значению q соответствует большая устойчивость СИСУ; $I(t)$ – показатели, характеризующие состояние защищаемой подсистемы СИСУ; $u(t)$ – показатели, характеризующие элементы защищающей подсистемы СИСУ, направленные на предупреждение деструктивных изменений; $a(t)$ – показатели, характеризующие элементы защищающей подсистемы СИСУ, направленные на устранение последствий деструктивных изменений; $EN(t)$ – показатели, характеризующие внешнее регулирование СИСУ; $W(t)$ – интенсивность деструктивных воздействий; $z(t)$ – управляющее воздействие; $e(t)$ – эффект от управляющего воздействия; $\Theta, \Omega, \Xi, \Psi$ – функции, определяющие изменение состояния управляемой и управляющей подсистемы СИСУ, а также эффективность управления; t – время; n – количество периодов наблюдения.

Тогда

$$q(t_i) = \Theta(I(t_i), u(t_i), a(t_i), EN(t_i)), i = 1 \dots n, \quad (1)$$

$$I(t_i) = \Omega(I(t_{i-1}), e(t_{i-1}), W(t_{i-1})), i = 2 \dots n, \quad (2)$$

$$u(t_i) = \Psi(u(t_{i-1}), e(t_{i-1}), W(t_{i-1})), i = 2 \dots n, \quad (3)$$

$$a(t_i) = \Psi(a(t_{i-1}), e(t_{i-1}), W(t_{i-1})), i = 2 \dots n, \quad (4)$$

$$e(t_i) = \Xi(z(t_i), q(t_i)), i = 1 \dots n. \quad (5)$$

Учитывая иерархическую структуру СИСУ, выражения (2) – (4) примут вид:

$$I(t_i) = \{I_j(t_i)\}, i = 1 \dots n, j = 1 \dots r \quad (6)$$

$$I_j(t_i) = \Omega(I(t_{i-1}), e(t_{i-1}), W(t_{i-1})), i = 2 \dots n, j = 2 \dots r \quad (7)$$

$$u(t_i) = \{u_j(t_i)\}, i = 1 \dots n, j = 1 \dots r \quad (8)$$

$$u_j(t_i) = \Psi(u(t_{i-1}), e(t_{i-1}), W(t_{i-1})), i = 2 \dots n, j = 2 \dots r \quad (9)$$

$$a(t_i) = \{a_j(t_i)\}, i = 1 \dots n, j = 1 \dots r + 1 \quad (10)$$

$$a_j(t_i) = \Psi(a(t_{i-1}), e(t_{i-1}), W(t_{i-1})), i = 2 \dots n, j = 2 \dots r. \quad (11)$$

Система восстановления устойчивости помимо элементов, действующих на отдельный j -й уровень СИСУ, содержит также механизмы, воздействующие на всю управляемую подсистему, поэтому количество элементов этого множества на один больше числа иерархических уровней иерархической системы.

Уровень устойчивости СИСУ определим как

$$\varphi(t, q(t)) = \int_0^t q(\xi) d\xi. \quad (12)$$

Таким образом, исходная задача сводится к нахождению для заданного временного периода множества управляющих воздействий $z(t)$ такого, что

$$\forall t : \varphi(t, q(t)) \xrightarrow{z(t)} \max. \quad (13)$$

Соотношения (1), (5)–(13) представляют собой математическую модель, которая является основой для разработки инструментов поддержки принятия решений по управлению устойчивостью к деструктивным воздействиям для сложных систем различной природы, обладающих признаками иерархической подчиненности элементов системы управления.

Принятие решения об управлении устойчивостью СИСУ приводит к необходимости решения задачи классификации (распознавания образов): выявления принадлежности управляемого объекта к одной из групп, отличающихся по известному признаку.

Задачу разработки метода классификации обобщенно можно сформулировать следующим образом: формализовать правило, разделяющее множество СИСУ на m классов b_i ($i = 1 \dots k$, где k – количество классов), таких, что элементы каждого класса b_i отличались от элементов каждого другого класса b_j ($j = 1 \dots k, j \neq i$) по критерию d_{ij} – в состав множества Mt_i управляющих воздействий, необходимых для повышения устойчивости объекта класса b_i , входят элементы, не входящие в множество Mt_j управляющих воздействий, необходимых для элементов класса b_j .

Предложенный метод мультиклассовой классификации предполагает последовательное прохождение следующих основных этапов.

Этап 1. Отбор обобщенных дескрипторов для описания СИСУ.

Этап 1.1. Описание сбоев отдельных подсистем с помощью двоичных показателей I (0 – есть сбой, 1 – подсистема исправна).

Этап 1.2. Описание активности отдельных механизмов управления D (1 – механизм применяется, 0 – механизм не задействован).

Этап 1.3. Описание требований внешнего регулирования EN (1 – объект соответствует некоторым нормам внешнего регулирования, 0 – в противном случае).

Этап 2. Описание всех возможных состояний систем, что равнозначно составлению всех возможных сочетаний p двоичных признаков. В результате будет получено 2^p возможных сочетаний. Значительная часть из них невозможна в реальных условиях. В целях исключения таких сочетаний необходимо выполнить анализ взаимосвязей между показателями I , D и EN .

Этап 3. Описание связей между обобщенными дескрипторами I , D , EN . Результатом данного этапа является формализация множества запрета Z – правил, ограничивающих возможные сочетания значений дескрипторов [4].

Этап 3.1. Формализация запретов физических противоречий Z^P , т. е. запретов, определяемых физическими законами существования и взаимодействия подсистем классифицируемых объектов.

Этап 3.2. Формализация запретов иерархии Z^H , т. е. запретов, определяемых иерархическими связями между подсистемами классифицируемых объектов.

Этап 3.3. Формализация запретов рационального управления Z^{RM} , т. е. запретов, описывающих логику управления, нацеленного на повышение устойчивости и применение для этого наиболее эффективных средств.

Этап 3.4. Формализация запретов внешнего регулирования Z^{EN} , т. е. ограничений возможностей функционирования и управления классифицируемыми объектами со

стороны внешних сил (законодательной системы, морально-этических норм, охраны труда и проч.).

Этап 4. Исключение из множества возможных состояний Sb ОИСУ таких сочетаний дескрипторов, которые соответствуют запретам Z .

Этап 5. Анализ множества оставшихся непротиворечивых состояний с целью объединения их в группы, наиболее соответствующие требованиям критерия CR_{ij} .

Этап 6. Представление лицу, принимающему решение (ЛПР), полученное на этапе 5 состава классов СИСУ. Если результат удовлетворителен, следует перейти к этапу 7. В противном случае следует рассматривать другие варианты классификации, пока не будет найден удовлетворительный вариант или пока не будут рассмотрены все возможные варианты классификации. Если ни один из предложенных вариантов не удовлетворяет требованиям ЛПР, следует повторить этапы 1–5, изменив состав обобщенных дескрипторов.

Этап 7. Построение классификатора в виде дизъюнктивной нормальной формы [4, с. 25] от показателей, определяющих отличие элементов различных классов $DNF(I', D', EN')$, где

$$I' \in I, D' \in D, EN' \in EN.$$

Представленные метод классификации и математическая модель устойчивости СИСУ к деструктивным воздействиям были апробированы на материале различных сложных систем (производственных, технологических, биомедицинских). В результате получен ряд математических моделей, а также автоматизированная система, позволяющие получать рекомендации по повышению устойчивости к деструктивным воздействиям сложной системы с иерархической структурой управления [5–7].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. Уемов А. Системный подход и общая теория систем. М. : Мысль, 1978.
2. Бусленко Н. П., Калашников В. В., Коваленко И. Н. Лекции по теории сложных систем. М. : Совет. радио, 1973.
3. Анатомия кризисов / А. Д. Арманд [и др.]. М. : Наука, 2000.
4. Закревский Д. А. Логика распознавания. Минск : Наука и техника, 1988.
5. Масалитина Н. Н. Моделирование кризисных состояний промышленных предприятий // Информатика. 2010. № 4. С. 57–71.
6. Масалитина Н. Н., Курочка К. С. Метод классификации с заранее неизвестным составом и количеством классов и заданным критерием их разделения // Доклады БГУИР. 2012. № 6. С. 43–50.
7. Масалитина Н. Н. Классификация без учителя на основе неколичественно заданного критерия разделения классов // Искусственный интеллект. 2012. № 2. С. 144–150.