



СЕРИЯ ПРИБЛИЖЕННЫХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ РАСПИСАНИЙ $PS//C_{\max}$

Г.П. Волчкова, В.М. Котов

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
volchkovagp@mail.ru

Имеется n работ, m идентичных процессоров и сервер. Каждая работа i характеризуется временем $s_i \geq 0$ скачивания ее данных с сервера и временем $p_i > 0$ выполнения ее на процессоре. Каждая работа выполняется только на одном процессоре без прерываний. Во время скачивания данных работы заняты сервер и соответствующий процессор. После завершения скачивания данных работа выполняется на процессоре. Требуется построить расписание выполнения работ S , которое минимизирует время окончания выполнения последней завершенной работы, определяемое функционалом $C_{\max}(S)$. В теории расписаний такая задача обозначается $PS//C_{\max}$.

Рассматриваемая задача является NP -трудной уже при $m = 2$ и для ее решения используются приближенные алгоритмы [1].

Под гарантированной оценкой приближенного алгоритма для данной задачи понимается такая величина ρ , что для любого набора входных данных этот алгоритм



строит расписание выполнения работ S , для которого справедливо соотношение $1 \leq \leq C_{\max}(S)/C_{\max}(S^*) \leq \rho$, где S^* — оптимальное расписание. Для рассматриваемой задачи в [1] был предложен приближенный алгоритм, который имеет гарантированную оценку $2 - 1/m$.

В работе предлагается серия приближенных алгоритмов, лучший из которых имеет гарантированную оценку $2 - \alpha$, где $\alpha = 1/109$.

Начальное решение строится градиентным алгоритмом, который назначает работы в порядке невозрастания процессорных времен. Если полученное решение отличается от нижних оценок не более чем в $2 - \alpha$ раз, то алгоритм заканчивает работу.

В качестве нижних оценок используются: средняя загрузка процессоров, значение максимального процессорного времени и решение аппроксимационной задачи, в которой количество процессоров совпадает с количеством работ.

Вводятся классы работ в соответствии с величиной отношения времени загрузки ко времени скачивания работ, а также вводится понятие суммарного пересечения серверных и процессорных времен.

Доказываются утверждения, определяющие нижние оценки для суммарного процессорного и суммарного серверного времени во введенных классах работ.

Описываются три базовых процедуры. Показано, что суммарное пересечение, получаемое одной из этих процедур, может быть оценено на основе доказанных утверждений. Полученное суммарное пересечение может быть использовано для вычисления возможного суммарного простоя сервера и уточнения времени завершения работ в расписаниях, построенных одним из алгоритмов.

Изучаются возможности улучшения параметра α .

Литература

1. Glass G. A., Shafransky Y. M., Strusevich V. A. *Scheduling for Parallel dedicated Machines with a Single Server* // Naval Research Logistics. 2000. Vol. 47. P. 304–328.