

## Лекция 6 Операторы основных физических величин. Законы сохранения в квантовой механике

1 Операторы основных физических величин.

2 Собственные функции и собственные значения операторов основных физических величин.

3 Средние значения физических величин.

4 Законы сохранения в квантовой механике

Как отмечалось в лекции 5, в квантовой механике каждой физической величине ставится в соответствие оператор, а соотношения между операторами по форме совпадают с соотношениями между соответствующими величинами в классической механике. Каков же явный вид операторов основных физических величин?

Так как в классической механике основные физические величины выражаются алгебраически через координаты и импульсы, то для ответа на этот вопрос достаточно знать операторы координат  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$ ,  $\hat{z}$ , и операторы проекций импульса  $\hat{p}_x$ ,  $\hat{p}_y$ ,  $\hat{p}_z$ .

Как обосновывается в квантовой теории, оператор координаты  $\hat{x}$  есть оператор умножения волновой функции на эту координату:  $\hat{x}\Psi(x, y, z, t) \equiv x\Psi(x, y, z, t)$  (аналогично для  $y$ ,  $z$  и для любой физической величины, являющейся функцией координат). Действие оператора проекции импульса  $\hat{p}_x$  состоит в дифференцировании волновой функции по  $x$  и умножении результата на  $\hbar/i$  ( $i$  – мнимая единица):

$$\hat{p}_x\Psi(x, y, z, t) \equiv \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\Psi(x, y, z, t)$$

(действие операторов  $\hat{p}_y$  и  $\hat{p}_z$  аналогично). Таким образом, операторы проекций импульса на оси декартовой системы координат имеют вид:

$$\hat{p}_x = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}, \quad \hat{p}_y = -i\hbar\frac{\partial}{\partial y}, \quad \hat{p}_z = -i\hbar\frac{\partial}{\partial z}. \quad (6.1)$$

Операторы других величин получаются на основе классических соотношений, связывающих эти величины с декартовыми координатами и проекциями импульса. Например, кинетическая энергия частицы массой  $m$  в классической механике выражается через импульс посредством соотношения  $T = \frac{p^2}{2m}$ , и соответственно, оператор кинетической энергии имеет вид:

$$\hat{T} = \frac{\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 \quad (6.2)$$

Действие оператора потенциальной энергии  $\hat{U}$  состоит в умножении функции  $U$ , которая характеризует потенциальную энергию частицы, на

волновую функцию. Для частиц, находящихся в не изменяющемся во времени силовом поле, функция  $U$  зависит только от координат:  $U = U(x, y, z) = U(\vec{r})$ . Если же эти поля изменяются во времени, то  $U = U(x, y, z, t)$ .

Важнейшим в квантовой механике является оператор полной энергии частицы (оператор Гамильтона  $\hat{H}$ ). Так как полная энергия  $H(\vec{r}, \vec{p})$  частицы массы  $m$  в нерелятивистском приближении равна сумме ее кинетической и потенциальной энергий:

$$H(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{p^2}{2m} + U(\vec{r}),$$

то этой физической величине ставится в соответствие оператор  $\hat{H}$ , который имеет вид:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + U(\vec{r}) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\vec{r}). \quad (6.3)$$

Явный вид оператора Гамильтона зависит от содержания решаемой задачи. Конкретный вид функции  $U(\vec{r})$  определяется характером учитываемых взаимодействий.

Уравнение (5.1) применительно к оператору Гамильтона имеет вид:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(\vec{r}, t) \right] \Psi = E\Psi.$$

Таким образом, уравнение Шрёдингера для стационарных состояний (формула (5.7) есть не что иное, как уравнение для собственных значений оператора Гамильтона.

Наряду с энергией, важнейшей характеристикой движения электрона в атоме является орбитальный момент импульса. В классической механике момент импульса частицы определяется как векторное произведение радиус-вектора частицы  $\vec{r}$  на ее импульс  $\vec{p}$ :

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}],$$

или в проекциях на оси координат:

$$L_x = yp_z - zp_y,$$

$$L_y = zp_x - xp_z,$$

$$L_z = xp_y - yp_x.$$

Соответственно, в квантовой механике операторы проекций момента имеют вид

$$\begin{aligned}
\hat{L}_x &= y\hat{p}_z - z\hat{p}_y = -i\hbar\left(y\frac{\partial}{\partial z} - z\frac{\partial}{\partial y}\right), \\
\hat{L}_y &= z\hat{p}_x - x\hat{p}_z = -i\hbar\left(z\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial z}\right), \\
\hat{L}_z &= x\hat{p}_y - y\hat{p}_x = -i\hbar\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right)
\end{aligned}
\tag{6.4}$$

В сферических координатах выражениям (6.4) соответствуют <sup>1</sup>

$$\begin{aligned}
\hat{L}_x &= -i\hbar\left(\sin\varphi\frac{\partial}{\partial\theta} + \operatorname{ctg}\theta\cos\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi}\right), \\
\hat{L}_y &= -i\hbar\left(\cos\varphi\frac{\partial}{\partial\theta} - \operatorname{ctg}\theta\sin\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi}\right), \\
\hat{L}_z &= -i\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi}.
\end{aligned}
\tag{6.5}$$

При этом для оператора квадрата орбитального момента импульса

$$\hat{L}^2 = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hat{L}_z^2 \tag{6.6}$$

с учетом формулы (6.5) можно получить выражение

$$\hat{L}^2 = -\hbar^2\hat{\Lambda}, \tag{6.7}$$

в котором

$$\hat{\Lambda} = \frac{1}{\sin\theta} \cdot \frac{\partial}{\partial\theta} \left( \sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \cdot \frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} \tag{6.8}$$

– оператор Лежандра.

Зная оператор  $\hat{A}$  некоторой физической величины  $A$ , мы можем составить уравнение вида

$$\hat{A}\Psi_n = a_n\Psi_n, \tag{6.9}$$

и, решая его, получить множество собственных значений  $\{a_n\}$  и собственных функций  $\{\Psi_n\}$  данного оператора. Нахождение множеств  $\{a_n\}$  и  $\{\Psi_n\}$  для операторов основных физических величин является очень важной задачей, так как в соответствии с положениями 3 и 4, сформулированными в лекции 5, собственные значения  $a_n$  являются возможными результатами измерения физической величины  $A$ . При этом конкретное значение  $a_n$  будет наблюдаться с достоверностью для

---

<sup>1</sup> Шпольский, Э.В. Атомная физика : учебное пособие для студентов высших учебных заведений. В 2 т. Т. 2. Основы квантовой механики и строение электронной оболочки атома. – М.: Наука, 1974. – 447 с. *Информация по ссылке - на с. 56.*

состояния, описываемого собственной функцией  $\Psi_n$ , принадлежащей этому собственному значению.

Определим множества  $\{a_n\}$  и  $\{\Psi_n\}$  для проекции импульса на ось  $x$ . С учетом явного вида оператора проекции импульса на ось  $x$  (6.1) уравнение (6.9) имеет вид:

$$-i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial x} = p_x \Psi.$$

Его решениями, как легко проверить, являются функции

$$\Psi(x) = C \exp\left(\frac{i}{\hbar} p_x x\right). \quad (6.10)$$

При этом собственные значения  $p_x$  могут принимать любые вещественные значения:  $-\infty < p_x < \infty$ .

Так же легко найти собственные функции оператора проекции момента импульса  $\hat{L}_z = i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}$ . Они имеют вид:

$$\Psi(\varphi) = A \exp\left(\frac{i}{\hbar} L_z \varphi\right), \quad (6.11)$$

аналогичный (6.10).

Из требования однозначности функции  $\Psi(\varphi)$  для любого  $\varphi$  должно выполняться равенство  $\Psi(\varphi) = \Psi(\varphi + 2\pi)$  (условие периодичности с периодом  $2\pi$ ). Поэтому набор собственных значений оператора  $\hat{L}_z$  (в отличие от собственных значений оператора  $\hat{p}_x$ ) дискретен:

$$L_z = m_l \hbar, \quad m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (6.12)$$

Подчеркнем, что правило квантования проекции момента импульса (6.12) не является дополнительным предположением (как это было в теории Бора), а выводится из общих принципов квантовой механики.

Для определения собственных функций и собственных значений оператора квадрата момента импульса следует найти решение уравнения

$$-\hbar^2 \left( \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin\theta \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2} \right) = L^2 \Psi. \quad (6.13)$$

В теории специальных функций<sup>2</sup> доказывается, что сферические функции

$$Y_l^{m_l}(\theta, \varphi) = N_{lm_l} P_l^{m_l}(\cos\theta) e^{im_l \varphi}, \quad (6.14)$$

<sup>2</sup> Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Наука, 1977. – 742 с.

являются общими собственными функциями операторов  $\hat{L}^2$  и  $\hat{L}_z$ , то есть удовлетворяют уравнениям  $\hat{L}^2 Y(\theta, \varphi) = L^2 Y(\theta, \varphi)$ , и  $\hat{L}_z Y(\theta, \varphi) = L_z Y(\theta, \varphi)$ . При этом собственные значения оператора  $\hat{L}^2$  квантованы по правилу

$$|\vec{L}|^2 = \hbar^2 l(l+1), \quad l = 0, 1, 2, \dots, \quad (6.15)$$

и функции  $Y_l^{m_l}(\theta, \varphi)$  образуют полную систему ортонормированных функций<sup>3</sup>. Отметим, что

$$P_l^{m_l}(\cos\theta) = \sin^m \theta \frac{d^m}{d(\cos\theta)^m} P_l(\cos\theta) \quad (6.16)$$

– присоединенный полином Лежандра,  $P_l(\cos\theta)$  – полином Лежандра, а нормировочный множитель в собственной функции (6.13)

$$N_{lm_l} = \sqrt{\frac{(l-m_l)!(2l+1)}{(l+m_l)!4\pi}}.$$

Сопоставим выражения (6.12) и (6.15) и учтем, что проекция  $L_z$  момента импульса не должна превосходить значения его модуля  $|\vec{L}|$ . Тогда при заданной величине модуля момента импульса  $L$  наибольшее значение его проекции  $L_z$  равно  $L_{z\max} = \hbar l$ . Следовательно,  $-l \leq m_l \leq l$  и, при заданном числе  $l$  существует  $2l+1$  возможных значений  $L_z$ . Этот вопрос будет подробно рассмотрен в лекции 10 при квантовомеханическом описании водородоподобных атомных систем.

Рассмотрим теперь вопрос о том, как соотнести измеренные на опыте значения физических величин, характеризующих микрочастицу, и их значения, предсказанные в соответствии с принципами квантовой теории.

Пусть микрочастица (например, электрон) находится в состоянии, описываемом волновой функцией  $\Psi(x)$  (для краткости будем указывать только координату  $x$ ). Проведем с этой частицей эксперимент, состоящий из серии измерений некоторой физической величины  $A$ , характеризующей частицу (например, ее координаты, проекции импульса и т.п.). Пусть в первом измерении получился результат  $\alpha_1$ . При проведении измерения, вследствие воздействия измерительного прибора на микрочастицу, ее состояние могло измениться. Вернем электрон в прежнее состояние и повторим измерение. Результат второго измерения обозначим  $\alpha_2$ . Возвращая частицу каждый раз в исходное состояние  $\Psi(x)$ , проведем  $N$  измерений и получим набор результатов:  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ .

Если бы речь шла о макроскопической частице, то для значений  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$  при правильно поставленном эксперименте получились бы

---

<sup>3</sup> Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Наука, 1977. – 742 с.

соотношения  $\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx \dots \approx \alpha_N$ . Степень точности этих равенств определялась бы только погрешностью опыта, которую, в принципе, можно уменьшить, улучшая методы измерений.

Что же наблюдается в экспериментах с микрочастицами?

Установлено, что для микрочастиц результаты измерений описанного типа могут существенно изменяться от опыта к опыту, что обусловлено принципиально статистическим (вероятностным) характером явлений микромира. Классическая теория не в состоянии описать вероятностные закономерности поведения отдельного микрообъекта. Такое описание достигнуто в квантовой механике.

В квантовой механике предсказать однозначно результат каждого конкретного измерения, как правило, невозможно. В то же время, в рамках квантовой механики можно получить согласующиеся с реальными экспериментами ответы на следующие вопросы:

1) Каково множество  $\{a_n\}$  возможных результатов измерения данной физической величины?

2) Какова вероятность  $w_n$  получения конкретного возможного значения  $a_n$  в опыте по измерению физической величины  $A$  у частицы, находящейся в состоянии  $\Psi(x)$ ?

Ответы на эти вопросы содержатся в положениях 3 – 6 лекции 5. Повторим их:

1) Множество возможных результатов измерения физической величины совпадает с множеством собственных значений ее оператора.

2) Чтобы найти вероятность получения значения  $a_n$  в опыте по измерению физической величины  $A$  для частицы в состоянии  $\Psi(x)$ , следует разложить функцию  $\Psi(x)$  по собственным функциям оператора  $\hat{A}$ , т.е. представить ее в виде суперпозиции (5.3):

$$\psi(x) = \sum_n C_n \psi_n(x).$$

Искомая вероятность  $w_n$  равна квадрату модуля коэффициента  $C_n$ :

$$w_n = |C_n|^2. \quad (6.17)$$

В квантовой механике <sup>4</sup> доказана возможность разложения волновой функции любого возможного состояния по собственным функциям оператора любой физической величины, а также правило нахождения коэффициентов  $C_n$ :

$$C_n = \int \psi_n^*(x) \Psi(x) dx. \quad (6.18)$$

---

<sup>4</sup> Блохинцев, Д.И. Основы квантовой механики / Д.И. Блохинцев. – М.: Наука, 1976. – 664 с. *Пример по ссылке на с. 98 – 99.*

Из (6.17) следует, что при повторении опытов по измерению физической величины  $A$  один и тот же результат  $a_n$  будет получаться только в тех случаях, когда волновая функция частицы  $\Psi(x)$  совпадает с собственной функцией  $\Psi_n$  оператора  $\hat{A}$ , принадлежащей собственному значению  $a_n$ . Если же функция  $\Psi(x)$  не совпадает ни с одной из собственных функций физической величины  $A$ , то результаты измерений, будут меняться случайным образом от опыта к опыту, оставаясь в рамках спектра данной величины.

В связи с этим особое значение приобретают эксперименты по многократному измерению физических величин для частиц, находящихся в *одинаковых состояниях*. Итогом таких экспериментов является совокупность результатов  $N$  отдельных измерений  $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N\}$ . Если квантовая механика верна, то при измерении физической величины  $A$  каждый из элементов множества  $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N\}$  должен совпадать с каким-либо элементом множества  $\{a_n\}$  собственных значений оператора  $\hat{A}$  этой величины. Многочисленные опыты подтверждают это.

В подобных опытах можно определить (и тем точнее, чем больше число измерений  $N$ ) *среднее значение* измеряемой физической величины для частиц в *заданном состоянии*  $\Psi(x)$  и меру отклонения результатов измерения от этого среднего.

Для сопоставления результатов эксперимента и теоретического расчета удобно перегруппировать множество  $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N\}$ , выделяя в нем  $K$  групп, в каждой из которых результаты измерений совпадают:  $s_1$  результатов со значением  $a_1$ ;  $s_2$  результатов со значением  $a_2$ ; ...  $s_K$  результатов со значением  $a_K$ . Тогда экспериментально получаемое среднее значение  $\frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_N}{N}$  можно записать в виде

$$\langle \alpha \rangle_{\text{экс}} = \frac{s_1 a_1 + s_2 a_2 + \dots + s_K a_K}{N}. \quad (6.19)$$

При больших  $N$  отношению  $s_i/N$  ставится в соответствие вероятность  $w_i$  получения значения  $a_i$ . Поэтому  $\langle \alpha \rangle_{\text{экс}}$  подлежит сравнению со средним значением, ожидаемым в соответствии с теоретическими вычислениями:

$$\langle a \rangle = \sum_n^{n_{\max}} w_n a_n = \sum_n^{n_{\max}} |C_n|^2 a_n. \quad (6.20)$$

где коэффициенты  $C_n$  определяются по формуле (6.18).

Легко показать, что вычисление  $\langle a \rangle$  можно свести к взятию интеграла

$$\langle a \rangle = \int \Psi^*(x) \hat{A} \Psi(x) dx. \quad (6.21)$$

Для доказательства совпадения результатов вычисления  $\langle a \rangle$  по формулам (6.20) и (6.21) достаточно подставить в (6.20)  $\psi(x)$  в виде суперпозиции  $\Psi(x) = \sum_n C_n \psi_n(x)$  и учесть соотношения (5.1) и (5.2).

Характеристикой множества  $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N\}$ , следующей по значимости после  $\langle a \rangle$ , является мера отклонений результатов измерений от их среднего значения. Такой мерой принято считать *среднее квадратичное отклонение*

$$\Delta a_{\text{эксп}} = \sqrt{\langle (\alpha_i - \langle \alpha_i \rangle_{\text{эксп}})^2 \rangle_{\text{эксп}}} = \sqrt{\langle \alpha_i^2 \rangle_{\text{эксп}} - \langle \alpha_i \rangle_{\text{эксп}}^2}. \quad (6.22)$$

Его сравнивают со средним квадратичным отклонением, определяемым теоретически:

$$\Delta a = \sqrt{\langle a^2 \rangle - \langle a \rangle^2} \quad (6.23)$$

где  $\langle a^2 \rangle = \int \Psi^*(x) \hat{A}^2 \Psi(x) dx$ .

Покажем на частном примере оператора  $\hat{A} = \hat{x}$ , что (как и должно быть) при вычислении среднего значения координаты  $x$  по правилу (6.20) получается тот же результат, что и при вычислении  $\langle x \rangle$  на основе вероятностной интерпретации волновой функции (первое из основных положений квантовой механики; смотри лекцию 5).

Действительно, в соответствии с этой интерпретацией вероятность того, что частица в момент наблюдения будет находиться в пространственном интервале, заключенном между  $x$  и  $x + dx$ , равна  $dW = |\Psi(x)|^2 dx$  и, следовательно,  $\langle x \rangle = \int x dW = \int x |\Psi(x)|^2 dx$ . Но этот же результат получается и из (6.20) при  $\hat{A} = \hat{x}$ , если учесть, что действие оператора координаты  $\hat{x}$  на волновую функцию есть умножение ее на эту координату:

$$\langle x \rangle = \int \Psi^*(x) \hat{x} \Psi(x) dx = \int x \Psi^*(x) \Psi(x) dx = \int x |\Psi(x)|^2 dx.$$

Как известно, важнейшее значение в физике имеют законы сохранения, прежде всего фундаментальные законы сохранения энергии, импульса и момента импульса, выполняющиеся в любой замкнутой (изолированной) системе. В классической физике выполнение закона сохранения состоит в том, что численное значение соответствующей физической величины не изменяется со временем в любых процессах или в определенном классе процессов.

Не меньшее значение фундаментальные законы сохранения имеют в квантовой физике. Если физическая величина  $A$  является сохраняющейся, то для нее в квантовой механике справедливы следующие утверждения:

- если величина  $A$  в некоторый момент времени имеет определенное значение, то и в последующие моменты времени она будет иметь это же значение;

- если в некоторый момент времени состояние частицы описывается суперпозицией собственных функций оператора  $\hat{A}$ , то вероятность обнаружения каждого из собственных значений оператора  $\hat{A}$  на опыте не будет изменяться с течением времени; как следствие, будет оставаться постоянным и среднее значение этой величины.

Условием сохранения во времени физической величины  $F$  в квантовой механике является выполнение равенства

$$-\frac{\partial \hat{F}}{\partial t} + \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{F}] = 0, \quad (6.24)$$

где  $\frac{\partial \hat{F}}{\partial t}$  – частная производная по времени от оператора физической величины  $F$ ,  $\hat{H}$  – оператор Гамильтона, а выражение  $\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{F}] = \frac{i}{\hbar} (\hat{H}\hat{F} - \hat{F}\hat{H})$  носит название *квантовых скобок Пуассона*.

Для оператора, явно не зависящего от времени  $\frac{\partial \hat{F}}{\partial t} = 0$  и, в соответствии с (6.24), физическая величина  $F$  будет сохраняться при выполнении условия  $\hat{H}\hat{F} - \hat{F}\hat{H} = 0$ , т.е. в случае, когда оператор  $\hat{F}$  коммутирует с гамильтонианом.

Остановимся теперь на важнейших законах сохранения и некоторых частных ситуациях, в которых они выполняются.

**Закон сохранения энергии.** Оператор Гамильтона может зависеть от времени или не зависеть от него. Если потенциальная энергия не является функцией времени, то  $\frac{\partial \hat{H}}{\partial t} = 0$ . Кроме того, очевидно, что  $[\hat{H}, \hat{H}] = 0$ .

Следовательно, если потенциальная энергия от времени не зависит, то полная энергия системы сохраняется.

Если волновая функция системы (в частном случае, микрочастицы), находящейся в силовом поле, не зависящем от времени, является собственной функцией оператора Гамильтона, то система находится в стационарном состоянии, а ее энергия имеет определенное сохраняющееся значение.

Не зависит от времени также гамильтониан свободной частицы и замкнутой системы взаимодействующих частиц, и, следовательно, *сохраняется энергия свободной частицы и энергия замкнутой системы микрочастиц.*

**Закон сохранения импульса.** Для свободной частицы оператор импульса и оператор Гамильтона не зависят от времени (смотри (6.1) и (6.3)) и  $[\hat{H}, \hat{p}] = 0$ . Следовательно, *импульс свободной микрочастицы сохраняется.*

Если частица находится в силовом поле, то операторы  $\hat{p}$  и  $\hat{H}$  в общем случае не коммутируют. В силовом поле импульс не сохраняется. Однако, в случае, когда потенциальная энергия не зависит от одной из декартовых координат, сохраняется соответствующая проекция импульса. Например, при  $U = U(x, z)$  сохраняется проекция  $p_y$ .

Для замкнутой системы частиц  $[\hat{H}, \hat{p}] = 0$ , и полный импульс замкнутой системы частиц сохраняется.

**Закон сохранения момента импульса.** Несложно убедиться, что оператор  $\hat{L} = -i\hbar[\vec{r}, \vec{\nabla}]$  явно не зависит от времени и что для свободной частицы  $[\hat{H}, \hat{L}] = 0$ . Следовательно, *момент импульса свободной частицы сохраняется, наряду с энергией и импульсом.*

В общем случае в силовом поле момент импульса не сохраняется, однако в квантовой механике, как и в классической, имеются важные частные случаи. Например, сохраняется *момент импульса частицы, находящейся в сферически симметричном силовом поле, вычисленный относительно центра симметрии этого поля (например, относительно точки, в которой находится точечный источник поля).* Для замкнутой системы  $[\hat{H}, \hat{L}] = 0$ , и поэтому полный момент импульса замкнутой системы сохраняется.

## [Задачи по теме лекции 6](#)