

Раздел 1 Развитие квантовых представлений

Лекция 2 Квантовые свойства электромагнитного излучения

1. *Спектральное распределение энергии равновесного излучения. Гипотеза квантов Планка.*
2. *Эмпирические законы внешнего фотоэффекта.*
3. *Гипотеза квантов Эйнштейна, уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта.*
4. *Эффект Комптона и его объяснение на основе квантовых представлений.*

Характеристики электромагнитного излучения (частота, интенсивность, поляризация) тесно связаны со строением и свойствами атомных систем как элементарных излучателей. Экспериментально полученный спектр излучения, испущенного атомной системой, содержит информацию о состояниях, в которых может находиться данная система, и их параметрах. Поэтому при изучении физики атомов чрезвычайно важны сведения о природе и свойствах электромагнитного излучения.

К середине XIX века в результате изучения интерференции и дифракции волновая природа света считалась установленной окончательно. Однако волновая теория оказалась недостаточной для истолкования всей совокупности оптических явлений. Впервые это было осознано при рассмотрении проблемы теплового излучения.

В 1896 г. немецким физиком Вильгельмом Вином была предложена формула для описания распределения энергии в спектре равновесного излучения (формула Вина):

$$\rho_\nu = C_1 \nu^3 \exp(-C_2 \nu / T), \quad (2.1)$$

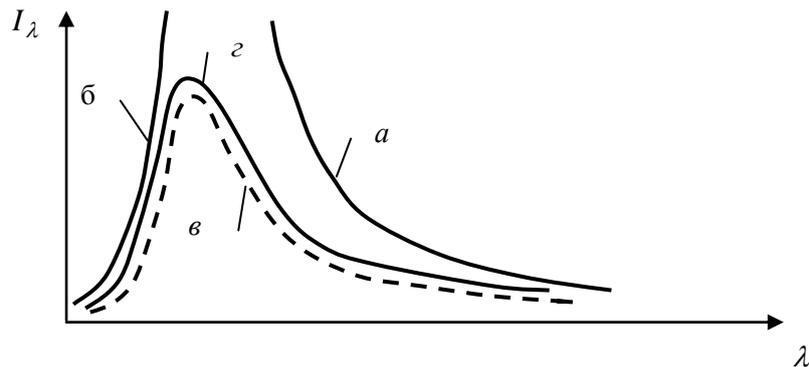
где ρ_ν – спектральная плотность энергии излучения (то есть энергия излучения, заключенного в единичном объеме, приходящаяся на единичный интервал частот), C_1 и C_2 – постоянные коэффициенты. Эта формула хорошо согласовывалась с результатами экспериментальных исследований при больших частотах, но при малых частотах рассчитанные по этой формуле значения ρ_ν существенно отличались от полученных экспериментально (рисунок 2.1).

В 1900 г. Дж. У. Рэлей на основе классической электродинамики и статистических методов, развитых Больцманом, получил следующее выражение для спектральной плотности энергии равновесного излучения:

$$\rho_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT, \quad (2.2)$$

где k – постоянная Больцмана. Эту же формулу в 1905 вывел Дж. Джинс, подчеркнув, что в рамках классической физики выражение (2.2) является единственно возможным. Формула Рэля – Джинса (2.2) хорошо

согласуется с экспериментальными данными только при малых частотах (рисунок 2.1). Более того, предсказываемый в соответствии с (2.2) неограниченный рост спектральной плотности ρ_ν при $\nu \rightarrow \infty$ означал бы, что плотность полной энергии излучения будет бесконечной, и следовательно, тела, находящиеся в контакте с излучением, будут остывать до температуры равной абсолютному нулю! Такое разительное противоречие между результатами классической теории и опытными фактами было названо «ультрафиолетовой катастрофой».



a – формула Рэля – Джинса; b – формула Вина;
 v – экспериментальное распределение; z – формула Планка
**Рисунок 2.1 – Распределение спектральной плотности энергии
 равновесного излучения**

Формулу для спектральной плотности энергии равновесного излучения, находящуюся в полном соответствии с экспериментальными данными во всём диапазоне частот, впервые удалось найти немецкому физика Макс Планку в 1900 году. Он получил выражение

$$\rho_\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (2.3)$$

Существенно, что для обоснования формулы (2.3) Планку пришлось сделать предположение, несовместимое с представлениями классической физики – выдвинуть *гипотезу о квантовании энергии*. День 14 декабря 1900 г., когда Макс Планк сделал доклад, в котором содержалось обоснование формулы (2.3), считается началом становления *квантовой физики*.

Проследим за ходом рассуждений Планка. Прежде всего, на основе классической электродинамики он нашел соотношение, связывающее спектральную плотность энергии равновесного *излучения* ρ_ν со средней энергией $\langle \varepsilon \rangle$, приходящейся на один элементарный *излучатель*, находящийся в тепловом равновесии с этим излучением:

$$\rho_\nu = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} \langle \varepsilon \rangle. \quad (2.4)$$

При этом в качестве излучателя Планк рассматривал заряженную частицу, способную совершать колебания с частотой ν , – линейный гармонический осциллятор (*резонатор*, по терминологии, используемой Планком).

Затем методами статистической физики Планк провёл вычисление средней энергии $\langle \varepsilon \rangle$. Излагая суть выполненного расчета¹, Планк поясняет, что вначале «...*следует найти вероятность W того, что все N резонаторов вместе обладают колебательной энергией U_N* », а затем делает несовместимое с классической физикой предположение: «*Для этого необходимо представлять себе энергию U_N не в виде непрерывной, неограниченно делимой величины, а в виде величины дискретной, состоящей из целого числа конечных равных частей*».

Такие части Планк назвал «элементами энергии» (позже их стали называть *квантами энергии*), а величину каждого из этих квантов он принял равной $h\nu$, где ν – частота осциллятора, h – *постоянная Планка*.

Отметим, что на существование этой фундаментальной постоянной, имеющей размерность произведения энергии на время (современное значение $h = 6,626\ 069\ 57 \cdot 10^{-34}$ Дж·с), Планк указал полутора годами ранее, в своем докладе на заседании академии наук в Берлине 18 мая 1899 г.²

Фактически гипотеза Планка является предположением о существовании у линейного гармонического осциллятора частотой ν , выделенных дискретных значений энергии

$$\varepsilon_n = \varepsilon_0 + n h \nu, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.5)$$

то есть предположением о *квантовании* его энергии с постоянным «шагом» $h\nu$.

На основе сделанных предположений Планк нашел выражение для средней энергии линейного гармонического осциллятора

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (2.6)$$

существенно отличающееся от выражения $\langle \varepsilon \rangle = kT$, которое следует из установленной в классической физике теоремы о равномерном распределении энергии по степеням свободы. Ясно, что из (2.4) и (2.6)

¹ Планк, М. О законе распределения энергии в нормальном спектре / Избранные труды. Термодинамика. Теория излучения и квантовая теория. Теория относительности. Статьи и речи. - М.: Наука, 1975. – С. 258 – 267. (Материалы статьи доложены на заседании Немецкого физического общества 19 октября и 19 декабря 1900 г.: Verhandlungen, 1900, В. 2, S. 202, 237. Статья опубликована в Ann. Phys., 1901, 4, 553–563).

² Планк, М. О необратимых процессах излучения / Избранные труды. Термодинамика. Теория излучения и квантовая теория. Теория относительности. Статьи и речи. - М.: Наука, 1975. – С. 191 – 233. (Материалы статьи доложены на заседаниях Академии наук в Берлине 4 февраля, 8 июля, 16 декабря 1897 г., 7 июля 1898 г., 18 мая 1899 г, а также на 71-м заседании Общества естествоиспытателей в Мюнхене и опубликованы в Ann. Phys., 1900. В. 1. S. 69–122).

получается *формула Планка* (2.3), а при подстановке в (2.4) классического выражения $\langle \varepsilon \rangle = kT$ – *формула Рэля – Джинса* (2.2).

Отметим, что при выводе формулы (2.3) Планк заменял совокупность реальных *излучателей* (т. е. атомов или молекул вещества, испускающих и поглощающих электромагнитное излучение) множеством линейных гармонических осцилляторов, обладающих всевозможными частотами. Эта замена вполне законна, так как спектральная плотность равновесного излучения должна быть одной и той же – независимо от того, с какими объектами оно находится в тепловом равновесии.

Из формулы Планка (2.3) легко найти спектральную плотность энергии излучения, приходящуюся на единичный интервал длин волн ρ_λ и пропорциональную ей спектральную интенсивность излучения, испускаемого в единичном интервале длин волн с единицы площади поверхности тела, u_λ :

$$\rho_\lambda = \frac{4}{c} u_\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc/kT\lambda) - 1}. \quad (2.7)$$

Функции $\rho_\nu(\nu, T)$, $\rho_\lambda(\lambda, T)$ и $u_\lambda(\lambda, T)$, определяемые [формулой Планка](#), являются универсальными функциями частоты (длины волны) и температуры, не зависящими от природы вещества, с которым излучение находится в равновесии.

В 1916 г. А. Эйнштейн показал, что формулу Планка можно получить на основе рассмотрения квантовых переходов для атомов, находящихся в равновесии с излучением³.

На рисунке 2.1 *г, в* видно хорошее соответствие формулы Планка с экспериментальными данными.

Тот факт, что согласующееся с опытом выражение для спектральной плотности энергии равновесного излучения не удалось получить на основе теоремы о равномерном распределении энергии, стал серьезным указанием на необходимость выхода за рамки классической теории. Революционная гипотеза Планка о квантовании энергии явилась первым шагом на пути к квантовой механике и квантовой теории поля.

После гипотезы Планка о дискретности энергии *излучателей* возник вопрос о характере процессов испускания и поглощения электромагнитного *излучения* веществом. В 1905 г. А. Эйнштейн выдвинул предположение о том, что энергия электромагнитного излучения ***«не распределяется непрерывным образом в пространстве, а складывается из конечного числа локализованных квантов энергии, которые движутся как неделимые и поглощаются или возникают только***

³ Эйнштейн А. К квантовой теории излучения. / Собрание научных трудов. В 4-х тт. – Т 3. Работы по кинетической теории, теории излучения и основам квантовой механики 1901 – 1955 гг. – М.: Наука, 1966. – С. 393 – 406. (Статья опубликована в Mitt. Phys. Ges. (Zürich), 1916. – Nr 18. – S. 47 – 62)

целиком»⁴. Согласно Эйнштейну *квант света* имеет энергию $E_f = h\nu$, где ν – частота излучения. Кванты света позже стали называть *фотонами*.

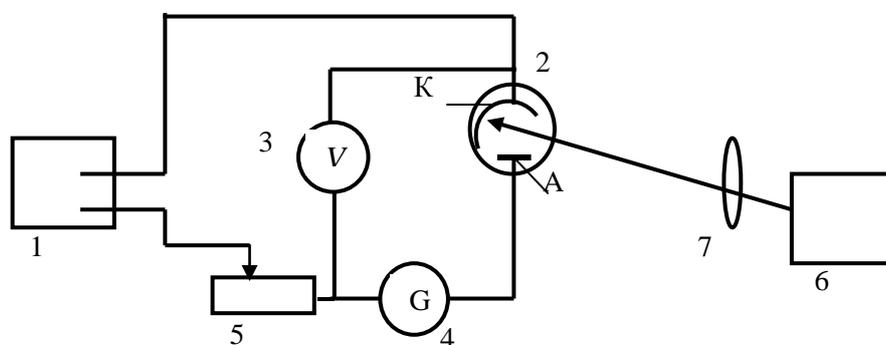
На основе квантовых представлений об излучении Эйнштейн нашел теоретическое обоснование ряда закономерностей, необъяснимых в рамках классической физики: правила Стокса для люминесценции, закономерностей фотоэффекта и фотоионизации газов и др.

Развитие данных идей привело Эйнштейна к концепции корпускулярно-волнового дуализма: наличия у электромагнитного излучения свойств, присущих как волнам, так и частицам.

Рассмотрим основные закономерности фотоэффекта и эффекта Комптона и их объяснение на основе квантовых представлений.

Внешним фотоэффектом называется явление вырывания электронов с поверхности вещества под действием электромагнитного излучения. Фотоэлектрическими свойствами обладают металлы, полупроводники, а также диэлектрики и электролиты. *Внутренний фотоэффект* состоит в увеличении концентрации свободных носителей заряда в веществе под действием электромагнитного излучения. Внутренний фотоэффект может происходить в полупроводниках и диэлектриках.

Явление внешнего фотоэффекта было открыто в 1887 году Герцем и экспериментально исследовано Хальваксом, Риги, Столетовым и другими учеными. Принципиальная схема экспериментальной установки показана на рисунке 2.2.



1 – стабилизированный источник напряжения; 2 – вакуумный фотоэлемент;
3 – вольтметр; 4 – микроамперметр; 5 – резистор; 6 – монохроматор; 7 – конденсор

Рисунок 2.2 - Схема установки для проверки уравнения Эйнштейна

⁴ Эйнштейн А. Об одной эвристической точке зрения, касающейся возникновения и превращения света. / Собрание научных трудов. В 4-х тт. – Т 3. Работы по кинетической теории, теории излучения и основам квантовой механики 1901 – 1955 гг. – М.: Наука, 1966. – С. 94 – 109. (Статья опубликована в Ann. Phys., 1905. – № 17. – S. 132 – 148.)

Типичный вид вольтамперной характеристики вакуумного фотоэлемента, регистрируемой при заданных характеристиках электромагнитного излучения, показан на рисунке 2.3.

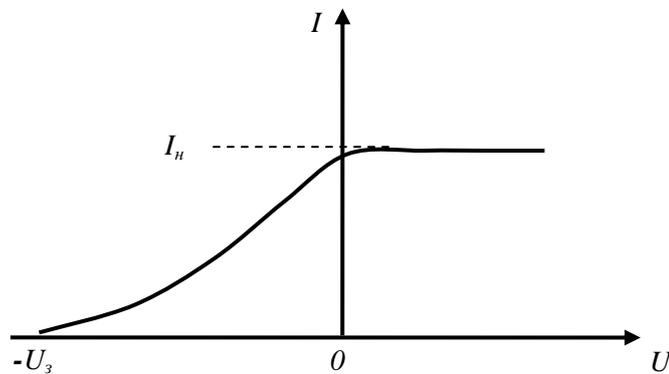


Рисунок 2.3 – Вольтамперная характеристика вакуумного фотоэлемента

Характерными параметрами вольтамперной характеристики фотоэлемента (рисунок 2.3) являются сила фототока насыщения I_n и запирающий потенциал U_z . Запирающим потенциалом называется модуль такого значения потенциала, при котором сила фототока становится равной нулю.

А.Г. Столетовым в 1888 году эмпирически были установлены следующие законы фотоэффекта:

1. Сила фототока насыщения (при прочих равных условиях) пропорциональна падающему световому потоку).

2. Фотоэффект наблюдается лишь при освещении фотокатода излучением, частота ν которого не менее частоты ν_0 красной границы фотоэффекта (т.е. при $\nu \geq \nu_0$, или в шкале длин волн при $\lambda \leq \lambda_0$).

3. Распределение фотоэлектронов по начальным значениям кинетической энергии не зависит от величины светового потока.

4. Максимальная начальная кинетическая энергия фотоэлектронов линейно зависит от частоты излучения:

$$\frac{m\nu^2}{2} = a + b\nu. \quad (2.8)$$

При этом числовые значения постоянной b одинаковы для всех веществ, а постоянной a – различны.

5. Фотоэффект – явление практически безынерционное.

Все попытки объяснить закономерности фотоэффекта на основе волновых представлений о природе электромагнитного излучения оказались несостоятельными. Найти их объяснение удалось только в рамках квантовой теории.

Так, в соответствии с эйнштейновской гипотезой квантов света, при фотоэффекте энергия фотона $h\nu$, *поглощенного* фотокатодом, расходуется на совершение работы A_1 по отрыву электрона от атома (в неметаллах), совершение работы выхода A_2 за пределы поверхности материала и сообщение электрону кинетической энергии. Таким образом, максимальная кинетическая энергия вылетевшего электрона (фотоэлектрона) может быть найдена из уравнения

$$h\nu = A_1 + A_2 + \frac{mv_{max}^2}{2}. \quad (2.9)$$

Соотношение (2.9), называемое *уравнением Эйнштейна для фотоэффекта*, представляет собой закон сохранения энергии для данного явления, рассматриваемого на элементарном уровне. Если $h\nu < A_1 + A_2$, то внешний фотоэффект не наблюдается. [Красная граница фотоэффекта](#) ν_0 определяется из условия $h\nu_0 = A_1 + A_2$ (для металлов $A_1 = 0$ и $h\nu_0 = A_2$). Так как для электронов внутри вещества существует распределение по энергиям, зависящее от температуры, то существует некоторое распределение по скоростям и у фотоэлектронов. Характер этого распределения можно определить графическим дифференцированием вольтамперной кривой фотоэлемента $I = I(U)$ в области тормозящих напряжений (рисунок 2.3). Фототок прекращается при достижении потенциала $U = -U_3$. При этом в соответствии с (2.9) запирающее напряжение U_3 удовлетворяет соотношению

$$eU_3 = h\nu - h\nu_0. \quad (2.10)$$

Таким образом, на основе квантовых представлений о природе электромагнитного излучения удалось успешно объяснить важнейшие эмпирические закономерности внешнего фотоэффекта.

Столь же плодотворным оказалось использование квантовых представлений для объяснения эффекта Комптона (1922 г.), состоящего в *изменении длины волны при рассеянии жесткого рентгеновского излучения веществом*. Величина изменения длины волны $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ получила название *комптоновского смещения*. Экспериментально установлено, что величина $\Delta\lambda$ зависит от угла рассеяния.

Объяснение этого эффекта было дано Комптоном и Дебаем на основе квантовых представлений об излучении с использованием специальной теории относительности и выдвинутого Эйнштейном предположения о наличии у фотона импульса ⁵ \vec{p}_f , модуль которого равен ⁶ $h\nu/c$.

⁵ Эйнштейн А. К современному состоянию проблемы излучения / Собрание научных трудов. В 4-х тт. – Т 3. Работы по кинетической теории, теории излучения и основам квантовой механики 1901 – 1955 гг. – М.: Наука, 1966. – С. 164 – 179. (Статья опубликована в Phys. Zs.. – 1909. – Nr 10. – S. 185–193.)

⁶ Эйнштейн А. К квантовой теории излучения. / Собрание научных трудов. В 4-х тт. – Т 3. Работы по кинетической теории, теории излучения и основам квантовой механики 1901 – 1955 гг. – М.: Наука, 1966. – С. 393 – 406. (Статья опубликована в Mitt. Phys. Ges. (Zürich), 1916. – Nr 18. – S. 47 – 62)

В соответствии с моделью Комптона и Дебая рассеяние рентгеновского кванта с изменением длины волны является результатом одиночного акта взаимодействия этого кванта с электроном. Так как энергия связи электрона с атомом мала по сравнению с энергией рентгеновского кванта (что справедливо для легких атомов), электрон до взаимодействия можно считать свободным и покоящимся. При таких предположениях формулу для комптоновского смещения длины волны $\Delta\lambda$ легко получить на основе законов сохранения энергии и импульса для системы *фотон – электрон*.

Обозначим соответственно:

$\varepsilon_f = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$; $p_f = \frac{h}{\lambda}$ – энергию и импульс падающего фотона с частотой ν (длиной волны λ);

$\varepsilon'_f = h\nu' = h\frac{c}{\lambda'}$; $p'_f = \frac{h}{\lambda'}$ – энергию и импульс рассеянного фотона с частотой ν' (длиной волны λ');

$\varepsilon_0 = m_0c^2$ – энергию покоя электрона (m_0 – масса электрона);

$\varepsilon_e = \sqrt{m_0^2c^4 + p_e^2c^2}$; p_e – энергию и модуль импульса электрона после взаимодействия с фотоном (электрона отдачи).

В соответствии с законами сохранения энергии и импульса (рисунок 2.4) запишем:

$$\varepsilon_f + \varepsilon_0 = \varepsilon'_f + \varepsilon_e, \quad (2.11)$$

$$\vec{p}_f = \vec{p}'_f + \vec{p}_e. \quad (2.12)$$

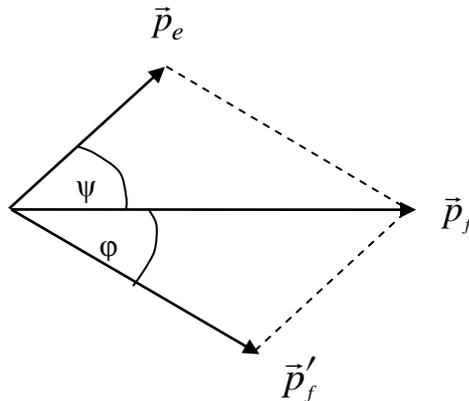


Рисунок 2.4 - Иллюстрация к закону сохранения импульса для системы «фотон - электрон»

Учитывая связь между энергией и импульсом для фотона и электрона отдачи, и выражая энергии и модули импульсов фотона через длины волн λ и λ' , из уравнений (2.11), (2.12) находим

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\varphi). \quad (2.13)$$

Величина

$$\Lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} \quad (2.14)$$

называется *комптоновской длиной волны электрона*.

Зависимость комптоновского смещения от угла рассеяния и числовое значение величины $\Lambda_0 = 2,42 \cdot 10^{-12}$ м, полученные на основе экспериментов, и значение, рассчитанное по формуле (2.14), находятся в хорошем соответствии, что рассматривается как подтверждение правильности представлений о корпускулярных свойствах электромагнитного излучения.

Правильность формулы (2.13) была подтверждена результатами экспериментов, выполненных А. Симоном, В. Боте, Г. Гейгером, Г.А. Якобсеном. В опытах Д. В. Скобельцына изучался эффект Комптона при облучении вещества γ – квантами. С использованием камеры Вильсона, помещенной в сильное магнитное поле, удалось определить энергию и импульс электронов отдачи и подтвердить правильность модели, построенной Комптоном и Дебаем для описания рассеяния рентгеновского излучения веществом.

Презентации по теме лекции 2:

[Законы теплового излучения](#)

[Корпускулярные свойства электромагнитного излучения](#)

[Задачи по теме лекции 2](#)