Министерство образования Республики Беларусь
Учебно-методическое объединение по естественнонаучному образованию

УТВЕРЖДАЮ
Первый заместитель Министра образования
Республики Беларусь
____________________ В.А. Богуш
«___» ____________ 201_ г.
Регистрационный № ТД- G.489 /тип.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Типовая учебная программа по учебной дисциплине
для специальностей:
1-31 03 01 Математика (по направлениям)
(1-31 03 01-04 Математика (научно-конструкторская деятельность));
1-31 03 08 Математика и информационные технологии
(по направлениям)

СОГЛАСОВАНО
Председатель
Учебно-методического объединения
по естественнонаучному
образованию
________________ А.Л. Толстик
«___» ____________ 2013г.

СОГЛАСОВАНО
Начальник Управления высшего
образования Министерства
образования Республики Беларусь
________________ С.И. Романюк
«___» ____________ 2014 г.

СОГЛАСОВАНО
Проректор по научно-методической
работе Государственного
учреждения образования
«Республиканский институт высшей
школы»
________________ И.В. Титович
«___» ____________ 2014г.

Эксперт-нормоконтролер
________________ ________________
«24» сентября 2014г.

Минск 2014

СОСТАВИТЕЛИ:

Александр Антонович Пекарский – профессор кафедры теории функций Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Вениамин Григорьевич Кротов – заведующий кафедрой теории функций Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Игорь Леонидович Васильев – доцент кафедры теории функций Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра математического анализа учреждения образования «Белорусского государственного педагогического университета им. М. Танка»;

Антон Петрович Рябушко – профессор кафедры высшей математики № 1 Белорусского национального технического университета, доктор физико-математических наук, заслуженный работник образования, профессор

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:

Кафедрой теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета
(протокол № 10 от 05.06 2013 г.)

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета
(протокол № 1 от 18.09 2013 г.)

Научно-методическим советом по математике и механике Учебно-методического объединения по естественнонаучному образованию
(протокол № 6 от 17.09 2013г.)

Ответственный за редакцию: Вениамин Григорьевич Кротов
Ответственный за выпуск: Вениамин Григорьевич Кротов

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Математический анализ» является базовой для преподавания большинства математических курсов. Наиболее тесной является связь данной дисциплины с такими дисциплинами как «Дифференциальные уравнения», «Теория функций комплексного переменного», «Функциональный анализ», «Уравнения математической физики», «Экстремальные задачи и вариационное исчисление». При изучении математического анализа студенты знакомятся с основами дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких действительных переменных. Основные понятия дифференциального и интегрального исчисления являются базовыми для освоения указанных выше математических дисциплин.

Элементы теории предела и дифференциального исчисления используются при изучении дисциплин «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ», «Уравнения математической физики». Базовые конструкции интегрального исчисления используются при решении интегральных уравнений в рамках изучения дисциплины «Функциональный анализ», при создании вариационных принципов в задачах математической физики (дисциплина «Уравнения математической физики»), при изучении геометрии гладких поверхностей в рамках дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология», при построении необходимых и достаточных условий оптимальности в задачах оптимизации (дисциплина «Экстремальные задачи и вариационное исчисление»).

Основными методами изучения дисциплины «Математический анализ» являются освоение теоретических знаний на базе лекционного курса, а также самостоятельная проработка студентами теоретического материала. Контроль освоения теоретического материала проводится в форме экзаменов, коллоквиумов, компьютерного тестирования, самостоятельных работ и опросов на практических занятиях.

Методы привития студентам практических навыков использования теоретических результатов при решении различных задач и упражнений отрабатываются на практических занятиях, а также в форме самостоятельной работы студентов. Контроль освоения практических навыков осуществляется во время практических занятий в форме проверки домашних заданий, компьютерного тестирования, а также на контрольных работах и зачетах.

Цель дисциплины «Математический анализ»: создание базы для освоения основных понятий и методов современной математики.

Образовательная цель: изложение основ дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких вещественных переменных.

Развивающая цель: формирование у студентов основ математического мышления, знакомство с методами математических доказательств, изучение алгоритмов решения конкретных математических задач.

Основные задачи, решаемые в рамках изучения дисциплины «Математический анализ»:

– формирование у студентов понятия числа;

– изучение понятия предела и освоение этого понятия с целью практического использования при решении различных задач математики;

– изучение основ дифференциального исчисления, использование элементов дифференциального исчисления при решении экстремальных задач и других задач современной математики;

– использование основ интегрального исчисления при решении задач математики, механики, математической физики.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

– основные понятия и результаты дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких вещественных переменных;

– методы доказательств и алгоритмы решения задач математического анализа;

– новейшие достижения в области математического анализа и их приложения в задачах естествознания;

уметь:

– использовать основные результаты математического анализа в практической деятельности;

– использовать теоретические и практические навыки применения дифференциального и интегрального исчисления в математике;

владеть:

– основными методами интегрирования и дифференцирования функций, рядов и интегралов;

– методами доказательств и аналитического исследования функций, рядов и интегралов на непрерывность, сходимость, равномерную сходимость;

– навыками самообразования и способами использования аппарата математического анализа для проведения математических и междисциплинарных исследований.

На изучение учебной дисциплины по специальности 1-31 03 01 «Математика (по направлениям)» (1-31 03 01-04 «Математика (научно-конструкторская деятельность)») отводится 708 часов, по специальности 1-31 03 08 «Математика и информационные технологии (по направлениям)» – 692 часа, в том числе по обеим указанным специальностям предусмотрено 424 часа аудиторных занятий.

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№	Наименование тем и разделов	Распределение часов по видам занятий		
		Всего	**Лекц.**	**Практ., лабор.**[1]
1	**2**	**3**	**4**	**5**
1	**Тема 1.** Множество действительных чисел	12	6	6
2	**Тема 2.** Предел последовательности	20	10	10
3	**Тема 3.** Предел функции	14	6	8
4	**Тема 4.** Непрерывные функции	22	12	10
5	**Тема 5.** Дифференцируемые функции	32	16	16
6	**Тема 6.** Неопределенный интеграл	20	10	10
7	**Тема 7.** Определенный интеграл Римана	24	12	12
8	**Тема 8.** Дифференцируемые функции многих переменных	32	16	16
9	**Тема 9.** Дифференцируемые векторные функции	28	14	14
10	**Тема 10.** Числовые ряды	28	14	14
11	**Тема 11.** Функциональные последовательности и ряды	28	14	14
12	**Тема 12.** Интегралы, зависящие от параметра	20	10	10
13	**Тема 13.** Ряды Фурье	28	14	14
14	**Тема 14.** Мера и интеграл в R^d	24	12	12
15	**Тема 15.** Криволинейные интегралы	16	8	8
16	**Тема 16.** Поверхностные интегралы	16	8	8
17	**Тема 17.** Элементы векторного анализа	8	4	4
18	**Тема 18.** Аналитические функции	24	12	12
19	**Тема 19.** Интегралы и ряды аналитических функций	28	14	14
	Всего по дисциплине	**424**	**212**	**212**

[1]. Для специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям) (1-31 03 01-04 Математика (научно-конструкторская деятельность)) предусматриваются лабораторные занятия, для специальности 1-31 03 08 Математика и информационные технологии (по направлениям) – практические.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Множество действительных чисел

Аксиоматика множества действительных чисел. Модели множества действительных чисел, непротиворечивость, изоморфизм моделей. Важнейшие подмножества.

Максимальный и минимальный элементы множества. Границы числовых множеств. Множества, ограниченные сверху и снизу. Точные верхняя и нижняя границы множества. Теорема Дедекинда.

Позиционные системы счисления. Алгоритм определения q-ичных цифр числа.

Модель множества вещественных чисел. Мощность множеств. Мощность пустого, конечного множества. Счетные множества. Счетность множества рациональных чисел. Мощность континуума. Теорема Кантора о несчетности континуума.

Тема 2. Предел последовательности

Абсолютная величина числа и окрестности, свойства модуля. Числовые последовательности. Арифметические операции с последовательностями. Ограниченные последовательности. Определение предела последовательности. Общие свойства предела (единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности). Предел и операции над последовательностями. Предельный переход в неравенствах.

Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Свойства бесконечно малых последовательностей. Символы Харди и Ландау. Шкала бесконечно больших последовательностей. Различные формы полноты множества вещественных чисел. Последовательности стягивающихся сегментов (отрезков), лемма Кантора.

Лемма Бореля-Лебега о покрытиях отрезка интервалами. Предельная точка множества, лемма Больцано-Вейерштрасса. Последовательности Коши, критерий Коши сходимости последовательности.

Монотонные последовательности. Теорема о сходимости монотонных последовательностей. Неравенство Бернулли, число Эйлера–Непера. Оценки для числа Эйлера–Непера.

Подпоследовательности и частичные пределы, лемма Больцано-Вейерштрасса для последовательностей. Верхний и нижний пределы ограниченной последовательности и их характеристические свойства. Монотонные перестановки ограниченной последовательности и их пределы.

Тема 3. Предел функции

Определение Коши предела функции и его характеризация в терминах последовательностей (предел функции по Гейне). Общие свойства предела функции (единственность предела, локальная ограниченность функции, имеющей предел). Арифметические операции над числовыми функциями. Предел и операции над функциями. Предел функции и неравенства. Два замечательных предела.

Односторонние пределы. Критерий существования предела в терминах односторонних пределов. Пределы на бесконечности и бесконечные пределы. Символы ∞, $+\infty$, $-\infty$. Общее определение предела функции по базе. Символы Харди и Ландау для функций. Существование предела функции. Критерий Коши для предела функции. Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции.

Тема 4. Непрерывные функции

Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций (локальная ограниченность, локальное сохранение знака). Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность композиции.

Непрерывность функции на множестве. Глобальные свойства непрерывных функций на отрезке. Теоремы Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции и о достижении точных границ. Теоремы Больцано-Коши о промежуточных значениях. Теорема о непрерывном образе отрезка. Равномерная непрерывность, теорема Кантора. Колебание функции.

Биективность строго монотонной функции. Критерий глобальной непрерывности монотонной функции. Критерий взаимной однозначности непрерывной функции. Классификация разрывов функции. Теорема о множестве точек разрыва монотонной функции.

Элементарные функции. Степени числа, степенная, экспоненциальная и логарифмическая функции и их свойства (непрерывность и монотонность). Три замечательных предела

Тема 5. Дифференцируемые функции

Определение производной. Примеры естественнонаучных задач, приводящих к понятию производной. Дифференцируемость и ее связь с существованием производной. Связь непрерывности и дифференцируемости. Дифференциал, приближенные вычисления с использованием дифференциала.

Производные элементарных функций. Правила дифференцирования. Дифференцирование и арифметические операции. Дифференцирование композиции. Производная обратной функции. Производные высших порядков. Полином Тейлора.

Экстремумы функции. Лемма Ферма (необходимое условие экстремума). Основные теоремы о дифференцируемых функциях (теоремы Ролля, Лагранжа и Коши).

Раскрытие неопределенностей. Правила Лопиталя.

Формула Тейлора. Различные формы остатка формулы Тейлора (Пеано, Лагранжа, Коши).

Пять основных разложений элементарных функций. Понятие о сходимости числовых рядов. Сходимость разложений Тейлора элементарных функций.

Исследование функций с помощью производной. Монотонность и знак производной. Первое и второе достаточные условия экстремума. Алгоритм отыскания глобального экстремума.

Выпуклые функции. Различные формы условия выпуклости. Свойства выпуклых функций (существование односторонних производных, дифференцируемость всюду, кроме счетного множества, непрерывность).

Условия выпуклости в терминах первой и второй производной. Точки перегиба. Выпуклость элементарных функций. Неравенство Йенсена и его приложения: неравенства Юнга, Гельдера и Минковского.

Вертикальные и наклонные асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения эскиза графика.

Тема 6. Неопределенный интеграл

Первообразная функции. Описание класса всех первообразных. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица неопределенных интегралов элементарных функций. Обобщенные первообразная и неопределенный интеграл.

Основные методы интегрирования (интегрирование по частям и замена переменной).

Интегрирование рациональных функций.

Метод Остроградского. Интегрирование рациональных тригонометрических функций.

Интегрирование дробно-линейных и квадратичных иррациональностей. Подстановки Эйлера.

Тема 7. Определенный интеграл Римана

Примеры естественнонаучных задач, приводящих к понятию интеграла Римана. Определение интеграла Римана: разбиение отрезка, ранг разбиения, разбиения с отмеченными точками и интегральные суммы, предел интегральных сумм. Класс интегрируемых функций. Необходимое условие интегрируемости.

Суммы Дарбу и их свойства. Верхний и нижний интегралы Дарбу и основные неравенства для них. Критерии интегрируемости в терминах сумм Дарбу и в терминах интегралов Дарбу. Классы интегрируемых функций (непрерывные, ограниченные с конечным числом точек разрыва, монотонные).

Интеграл по ориентированному промежутку. Свойства определенного интеграла: интегрируемость линейных комбинаций, линейность, аддитивность по области, монотонность. Неравенства для определенного интеграла. Непрерывность интеграла с переменным верхним пределом. Теоремы о среднем значении, формулы Бонне.

Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. Существование первообразной у непрерывной функции и обобщенной первообразной у кусочно непрерывной функции. Формула Ньютона–Лейбница. Основные методы вычисления определенных интегралов – интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле. Формула Тейлора с остатком в виде интеграла.

Приложения определенного интеграла. Длина пространственной кривой, площадь криволинейной трапеции, площадь поверхности вращения, объем тела вращения.

Несобственные интегралы. Особенности функции, определение интеграла от функции с особенностью. Свойства несобственного интеграла: совпадение с интегралом Римана для интегрируемых функций, линейность, аддитивность и монотонность. Интегрирование по частям и замена переменной в несобственном интеграле. Случай нескольких особенностей. Главное значение по Коши. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Абсолютная и условная сходимость. Признак сравнения для интегралов от положительных функций. Признаки Абеля и Дирихле.

Тема 8. Дифференцируемые функции многих переменных

Метрика, шары, открытые множества, подпространство. Внутренняя точка множества и его внутренность. Предельная и изолированная точка множества. Замкнутые множества. Теорема двойственности открытых и замкнутых множеств. Замыкание множества. Граница множества, критерий открытости и замкнутости в терминах границы. Компактные и связные множества. Замкнутые подмножества компакта.

Сходящиеся последовательности в метрическом пространстве, предел функции в метрическом пространстве. Отделимость и единственность предела. Непрерывность функции на метрическом пространстве. Глобальный критерий непрерывности. Ограниченные множества. Последовательность Коши, полнота метрического пространства. Замкнутые шары, теорема Кантора о вложенных замкнутых шарах.

Норма, линейное нормированное пространство, полнота. Метрика в линейном нормированном пространстве. Евклидово d-мерное пространство: скалярное произведение и его свойства, неравенство Коши, норма, координатная сходимость, полнота, важнейшие подмножества (сегмент, интервал). Критерий компактности (теорема Гейне–Бореля)

Непрерывные функции на метрическом пространствах. Теорема о непрерывном образе компакта, теорема о непрерывном образе связного множества. Путь в метрическом пространстве, линейно связные множества. Выпуклое множество в векторном пространстве. Равномерно непрерывные функции на метрическом пространстве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности

Линейные формы на R^d, гиперплоскость, общий вид линейной формы. Дифференцируемые функции, производная как линейная форма на R^d. Свойства производной. Геометрическая интерпретация дифференцируемости. Формула Лагранжа.

Частные производные функции и их связь с производной. Достаточное условие дифференцируемости. Производная по направлению, градиент, его геометрический смысл.

Частные производные высших порядков. Теорема Шварца о независимости непрерывной смешанной производной от последовательности дифференцирований.

Мультииндексы. Полином Тейлора, различные формы записи, формула Тейлора с остатками Пеано, Лагранжа. Интегральная форма остатка.

Квадратичные формы и их матрицы. Знакопостоянные квадратичные формы, критерий Сильвестра (без доказательства). Локальные экстремумы функции. Необходимые условия экстремума, стационарные точки функции. Достаточное условие экстремума.

Тема 9. Дифференцируемые векторные функции

Векторные функции, компоненты векторной функции. Класс $L(R^n,R^m)$ линейных отображений R^n в R^m. Общий вид элементов $L(R^n,R^m)$. Норма в $L(R^n,R^m)$. Норма композиции линейных отображений. Дифференцируемые векторные функции, производная как элемент $L(R^n,R^m)$. Свойства производной и связь с производными компонент. Матрица Якоби. Производная композиции. Гомеоморфизмы топологических пространств. Теорема Брауера о гомеоморфизмах между открытыми множествами разных размерностей (без доказательства).

Теорема об обратной функции. Сравнение с одномерным случаем.

Постановка задачи о неявной функции. Теорема о неявной функции. Формулы для нахождения производных неявной функции.

Тема 10. Числовые ряды

Основная терминология теории рядов. Ряд, слагаемые ряда, частные суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды, сумма ряда. Остатки ряда, связь сходимости остатков со сходимостью ряда. Операции над сходящимися рядами.

Критерий Коши сходимости рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Абсолютная и условная сходимость, связь между ними.

Положительные ряды, критерий сходимости. Признак сравнения и его различные формы. Признак Коши с корнем. Теорема Куммера. Признаки Даламбера, Раабе, Бертрана, Гаусса. Интегральный признак Коши. Оценки остатков и частных сумм.

Преобразование Абеля. Признаки Абеля и Дирихле. Ряды Лейбница.

Ряды со скобками. Перестановки ряда, сумма перестановки абсолютно сходящегося ряда. Теорема Римана о перестановках условно сходящихся рядов. Умножение рядов, теорема Коши о произведении абсолютно сходящихся рядов.

Тема 11. Функциональные последовательности и ряды

Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость.

Критерий Коши равномерной сходимости. Теорема о перестановке предельных переходов.

Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле для равномерной сходимости.

Функциональные свойства предела последовательности и суммы ряда: непрерывность, теорема Дини, дифференцируемость, интегрируемость.

Пространство непрерывных функций: векторная структура, норма, полнота. Теорема Вейерштрасса о плотности алгебраических полиномов в пространстве непрерывных функций. Пример Ван дер Вардена непрерывной нигде не дифференцируемой функции.

Тема 12. Интегралы, зависящие от параметра

Элементарная теория интегралов от параметра. Свойства непрерывности, дифференцируемости, интегрируемости.

Несобственные интегралы от параметра. Свойство непрерывности.

Дифференцирование и интегрирование несобственных интегралов от параметра.

Интеграл вероятностей. Гамма- и бета-функции Эйлера, их функциональные свойства и некоторые соотношения для них, связь между ними.

Формула Стирлинга.

Тема 13. Ряды Фурье

Тригонометрическая система. Интегральные представления для сумм Фурье. Минимизирующее свойство частичных сумм ряда Фурье, его следствия.

Лемма Римана-Лебега. Принцип локализации.

Условия сходимости ряда Фурье в точке. Теорема Дини.

Признак Дини-Липшица равномерной сходимости рядов Фурье Теорема Дирихле-Жордана. Средние Фейера и их равномерная сходимость.

Тема 14. Мера и интеграл в R^d

Мера сегмента и ее свойства (монотонность, аддитивность, субаддитивность). Элементарные множества (фигуры), операции над ними. Дизъюнктное разложение фигуры. Мера фигуры, корректность ее определения, свойства меры фигуры (монотонность, аддитивность, субаддитивность).

Внутренняя и внешняя меры Жордана ограниченного множества и связь между ними. Измеримые множества, мера Жордана. Критерии измеримости (в терминах приближающих фигур и в терминах границы).

Примеры: площадь криволинейной трапеции, площадь круга, число пи, неизмеримое по Жордану множество.

Лемма о границе объединения, пересечения и разности. Операции над измеримыми множествами.

Свойства меры Жордана (монотонность, аддитивность, субаддитивность).

Определение интеграла Римана на множестве, измеримом по Жордану: разбиение множества, ранг разбиения, разбиения с отмеченными точками и интегральные суммы, предел интегральных сумм. Класс интегрируемых функций. Необходимое условие интегрируемости.

Суммы Дарбу и их свойства. Верхний и нижний интегралы Дарбу и основные неравенства для них. Критерии интегрируемости в терминах сумм Дарбу и в терминах интегралов Дарбу. Классы интегрируемых функций (непрерывные, ограниченные с множеством точек разрыва жордановой меры нуль). Критерий Лебега интегрируемости по Риману.

Свойства интеграла Римана: интегрируемость на подмножестве, аддитивность, линейность, монотонность. Неравенства для интеграла: интегрируемость модуля, теорема о среднем. Интегрируемость произведения.

Мера декартова произведения измеримых множеств. Теорема об интеграле по декартовому произведению множеств (теорема Фубини) и ее следствия: интегрируемость по сечениям, вычисление интегралов сведением к повторному, вычисление меры с помощью интеграла от меры сечения.

Преобразование меры при линейном отображении R^d. Лемма о внешней мере Жордана диффеоморфных образов малых кубов. Замена переменной в интеграле Римана. Примеры: полярные координаты в R^2, сферические и цилиндрические координаты в R^3, сферические координаты в R^d.

Тема 15. Криволинейные интегралы

Функции ограниченной вариации и их свойства, аддитивность и непрерывность вариации. Критерий Жордана.

Интеграл Римана-Стилтьеса и его свойства (линейность, аддитивность, формула интегрировании по частям). Классы существования интеграла Стилтьеса, оценка интеграла. Формулы для вычисления с помощью интеграла Римана.

Путь, след пути. Спрямляемый путь и его длина. Критерий Жордана спрямляемости. Гладкий путь и формула для вычисления длины гладкого пути. Интегралы первого и второго рода вдоль пути и формулы для их вычисления.

Жорданова кривая, ее параметризации, непрерывность отображения, обратного к параметризации. Описание класса параметризаций. Длина жордановой кривой и корректность ее определения. Натуральная параметризация и ее существование.

Криволинейный интеграл 1-го рода вдоль спрямляемой жордановой кривой и корректность его определения, формулы для вычисления. Ориентация жордановой кривой, классы параметризаций, сохраняющих и меняющих ориентацию. Криволинейный интеграл 2-го рода вдоль ориентированной спрямляемой жордановой кривой.

Замкнутая жорданова кривая (контур). Длина контура и криволинейный интеграл 1-го рода вдоль спрямляемого контура. Ориентация контура, классы параметризаций, сохраняющих и меняющих ориентацию. Криволинейный интеграл 2-го рода вдоль спрямляемого ориентированного контура.

Области, линейная связность областей. Первообразная функции на R^d. Необходимое условие существования первообразной. Теорема об эквивалентности существования первообразной и независимости криволинейного интеграла от пути. Нахождение первообразной с помощью криволинейного интеграла.

Положительная ориентация плоского контура. Формула Грина. Односвязные области. Вычисление площадей с помощью криволинейного интеграла. Условия независимости криволинейного интеграла от пути.

Тема 16. Поверхностные интегралы

Поверхность, параметрическая поверхность. Нормаль и касательная плоскость к поверхности.

Площадь поверхности. Ориентация поверхности.

Поверхностные интегралы первого и второго рода.

Поверхность с краем. Формула Стокса.

Формула Гаусса–Остроградского.

Тема 17. Элементы векторного анализа

Векторное поле. Поток, дивергенция, ротор, циркуляция. Потенциальное поле.

Формулы Грина, Стокса и Гаусса–Остроградского в теории поля.

Тема 18. Аналитические функции

Аналитические функции и соответствующие им конформные отображения. Элементарные аналитические функции.

Тема 19. Интегралы и ряды аналитических функций

Интегрирование функций комплексного переменного. Интегральная теорема Коши и формула Коши. Ряд Тейлора. Ряд Лорана и особые точки однозначного характера. Теория вычетов и ее приложения.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1 Г.И. Архипов, В.А. Садовничий, В.Н. Чубариков. Лекции по математическому анализу. М.: Высшая школа, 2000.
2 В.А. Зорич. Математический анализ (2 тома). М.: Наука, 1981 и другие издания.
3 Л.Д. Кудрявцев. Курс математического анализа. М.: Высшая школа, Т. 1, 2. 1981 и другие издания.
4 С.М. Никольский. Курс математического анализа. Т. 1, 2. М.: Наука. 1990.
5 Б.П. Демидович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1990.
6 Э.И. Зверович. Вещественный и комплексный анализ. Т. 1–6. Минск, Вышэйшая школа, 2008.
7 Сборник задач по математическому анализу / Под ред. Л.Д. Кудрявцева. М.: Наука, Т. 1 – 1984, Т. 2 – 1986, Т. 3 – 1994 и другие издания.
8 Ю.В. Сидоров, М.Ф. Федорюк, М.И Шабунин. Лекции по ТФКП. М.: Наука, 1989.
9 Б.В. Шабат. Введение в комплексный анализ. Ч. I. М.: Наука, 1976.
10 М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973.
11 И.А. Александров, В.В. Соболев. Аналитические функции комплексного переменного. М.: Высшая школа, 1984.
12 Л.И. Волковысский, Г.Л. Лунц, И.Г. Араманович. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1970.

Дополнительная литература

13 Г.М. Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х томах. М.: Наука, 1969 и другие издания.
14 В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов. Математический анализ. М.: Наука, 1979.
15 А.М. Тер-Крикоров, И.И. Шабунин. Курс математического анализа. М.: Наука, 1988.
16 У. Рудин. Основы математического анализа. М.: Мир, 1976.
17 Г. Полиа, Г. Сеге. Задачи и теоремы из анализа. Т. 1, 2. М.: Наука, 1978.
18 Б. Гелбаум, Дж. Олмстед. Контрпримеры в анализе. М.: Мир, 1967.
19 А.И. Маркушевич. Теории аналитических функций. Т. 1, 2. М.: Наука,1968.
20 М.А. Евграфов. Аналитические функции. М.: Наука,1968 и другие издания.
21 А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов. Теория функций комплексной переменной. М.: Наука,1974 и другие издания.
22 Сборник задач по теории аналитических функций / Под ред. М.А. Евграфова. М., 1972.

Диагностика компетенций студента

С целью текущего контроля предусматривается проведение контрольных работ (как правило, по одной на тему) и домашних работ по индивидуальным заданиям (как правило, по одной на лабораторное или практическое занятие). По итогам каждого семестра проводится зачет и экзамен.

Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине

Самостоятельная работа студентов – это любая деятельность, связанная с воспитанием мышления будущего профессионала. В широком смысле под самостоятельной работой следует понимать совокупность всей самостоятельной деятельности студентов как в учебной аудитории, так и вне её, в контакте с преподавателем и в его отсутствии.

Самостоятельная работа реализуется:

1. Непосредственно в процессе аудиторных занятий - на лекциях, практических и семинарских занятиях, при выполнении лабораторных работ.
2. В контакте с преподавателем вне рамок расписания - на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.
3. В библиотеке, дома, в общежитии, на кафедре при выполнении студентом учебных и творческих задач.

При изучении дисциплины организация самостоятельной работы студентов должна представлять единство трех взаимосвязанных форм:

1. Внеаудиторная самостоятельная работа;
2. Аудиторная самостоятельная работа, которая осуществляется под непосредственным руководством преподавателя;
3. Творческая, в том числе научно-исследовательская работа.

Виды внеаудиторной самостоятельной работы студентов разнообразны: подготовка и написание рефератов, докладов, очерков и других письменных работ на заданные темы.

Аудиторная самостоятельная работа может реализовываться при проведении практических занятий, семинаров, выполнении лабораторного практикума и во время чтения лекций.

При чтении лекционного курса непосредственно в аудитории необходимо контролировать усвоение материала основной массой студентов путем проведения экспресс-опросов по конкретным темам.

На практических и семинарских занятиях различные виды самостоятельной работы студентов позволяют сделать процесс обучения более интересным и поднять активность значительной части студентов в группе.

На практических занятиях нужно не менее 1 часа из двух (50% времени) отводить на самостоятельное решение задач. Практические занятия целесообразно строить следующим образом: 1. Вводное слово преподавателя (цели занятия, основные вопросы, которые должны быть рассмотрены). 2. Беглый опрос. 3. Решение 1-2 типовых задач. 4. Самостоятельное решение задач. 5. Разбор типовых ошибок при решении (в конце текущего занятия или в начале следующего).

Результативность самостоятельной работы студентов во многом определяется наличием активных методов ее контроля. Существуют следующие виды контроля:

– входной контроль знаний и умений студентов при начале изучения очередной дисциплины;

– текущий контроль, то есть регулярное отслеживание уровня усвоения материала на лекциях, практических и лабораторных занятиях;

– промежуточный контроль по окончании изучения раздела или модуля курса;

– самоконтроль, осуществляемый студентом в процессе изучения дисциплины при подготовке к контрольным мероприятиям;

– итоговый контроль по дисциплине в виде зачета или экзамена;

– контроль остаточных знаний и умений спустя определенное время после завершения изучения дисциплины.