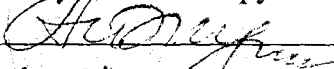


Р.11.12

**Министерство образования Республики Беларусь**  
Учебно-методическое объединение по естественнонаучному образованию

**УТВЕРЖДАЮ**

Первый заместитель Министра образования  
Республики Беларусь

 А.И. Жук

30.04.2012

(дата утверждения)

Регистрационный № ТД- Б. 402/тип.

**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

**Типовая учебная программа**

**для учреждений высшего образования по направлению специальности**

**1-31 03 07 - 01 Прикладная информатика (программное обеспечение  
компьютерных систем)**

**СОГЛАСОВАНО**

Председатель Учебно-методического объединения по  
естественнонаучному образованию

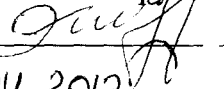
 А.А. Голстик

(дата)



**СОГЛАСОВАНО**

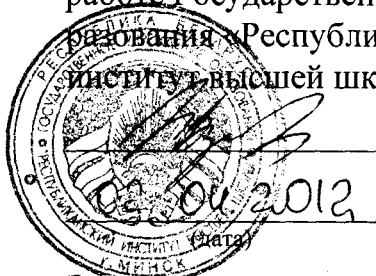
Зам. начальника управления высшего и  
среднего специального образования  
Министерства образования  
Республики Беларусь

 Э.Г. Шевцов  
(И.О. Фамилия)

30.04.2012

(дата)

Проректор по учебной и воспитательной  
работе Государственного учреждения об-  
разования «Республиканский  
институт высшей школы»



 В.И. Шупляк  
(И.О. Фамилия)

Эксперт-нормоконтролер

 Н.В. Сенник  
(И.О. Фамилия)

02.04.2012

(дата)

Минск 2012

**СОСТАВИТЕЛИ:**

С.А. Мазаник, заведующий кафедрой высшей математики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;  
О.А. Кастрица, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

Кафедра высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»;  
А.Н.Ковальчук, заведующий кафедрой математического анализа Учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет им. М. Танка», кандидат физико-математических наук, доцент

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:**

Кафедрой высшей математики Белорусского государственного университета (протокол № 10 от 18.02.2011г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 2 от 21.02.2011г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения по естественнонаучному образованию (протокол № 2 от 12.04.2011г.)

**Ответственный за выпуск:** О.А. Кастрица

### Пояснительная записка

Дисциплина «Математический анализ» знакомит студентов со способами исследования функциональных зависимостей между переменными величинами. Изучаемые методы базируются на использовании предельного перехода, дифференциального и интегрального исчисления.

Основой для изучения математического анализа является курс математики, изучаемый в средней школе.

Математический анализ непосредственно связан с параллельно изучаемой дисциплиной «Теория чисел и алгебра», и является базовым курсом для изучения предметов аналитического цикла, предусмотренных учебным планом специальности. Методы, излагаемые в курсе математического анализа, используются при изучении дисциплин «Дифференциальные уравнения», «Методы вычислений», «Теория вероятностей и математическая статистика», а также при изучении ряда дисциплин специализации.

Изучение математического анализа преследует две основные цели: во-первых, дать студентам базу, необходимую для усвоения материала перечисленных выше учебных дисциплин, и, во-вторых, сформировать составную часть банка знаний, получаемых будущими специалистами в процессе учебы и необходимых им в дальнейшем для успешной работы.

При изучении дисциплины важно показать возможности использования аппарата анализа при решении прикладных задач, возникающих в различных областях науки, техники, экономики и др. Целесообразно выделить моменты построения математических моделей естественных процессов с целью их последующего изучения методами математического анализа, а также обратить внимание на алгоритмические аспекты получаемых результатов.

При изложении теоретических основ математического анализа на лекциях рекомендуется использовать элементы проблемно-поискового обучения и вариативного подхода к подаче и иллюстрации учебного материала. На практических занятиях необходимо развивать у студентов навыки учебно-исследовательской деятельности и творческого подхода к решению математических задач.

Для самостоятельной работы студентов предполагается наличие учебно-методических рекомендаций и разработок по отдельным темам и учебных пособий, учебников по всему материалу, предусмотренному программой дисциплины, а также организации доступа к электронным средствам обучения, в том числе – к электронным средствам тестирования.

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 07-01 «Прикладная информатика» (программное обеспечение компьютерных систем) учебная программа предусматривает для изучения дисциплины 392 часа в том числе 204 аудиторных часа: лекции – 102 часа, практические занятия – 102 часа.

### Примерный тематический план

| №   | Название раздела, темы                                         | Количество аудиторных часов |             |                      |
|-----|----------------------------------------------------------------|-----------------------------|-------------|----------------------|
|     |                                                                | Всего                       | В том числе |                      |
|     |                                                                |                             | Лекции      | Практические занятия |
|     | <b>Раздел I. Функции одной действительной переменной</b>       |                             |             |                      |
| 1.  | Введение                                                       | 2                           | 2           |                      |
| 2.  | Числа и числовые множества                                     | 4                           | 2           | 2                    |
| 3.  | Числовые последовательности                                    | 8                           | 4           | 4                    |
| 4.  | Предел функции                                                 | 10                          | 4           | 6                    |
| 5.  | Непрерывность                                                  | 10                          | 6           | 4                    |
| 6.  | Дифференцируемость                                             | 22                          | 10          | 12                   |
| 7.  | Исследование функций                                           | 12                          | 6           | 6                    |
| 8.  | Неопределенный интеграл                                        | 16                          | 6           | 10                   |
| 9.  | Определенный интеграл                                          | 8                           | 6           | 2                    |
| 10. | Приложения интеграла                                           | 6                           | 2           | 4                    |
|     | <b>Раздел II. Функции нескольких действительных переменных</b> |                             |             |                      |
| 11. | Функции нескольких переменных                                  | 8                           | 4           | 4                    |
| 12. | Дифференцируемость функции нескольких переменных               | 14                          | 6           | 8                    |
| 13. | Экстремум функций нескольких переменных                        | 8                           | 4           | 4                    |
| 14. | Кратные интегралы                                              | 16                          | 8           | 8                    |
| 15. | Понятие о функциях комплексного аргумента                      | 8                           | 4           | 4                    |
|     | <b>Раздел III. Ряды и несобственные интегралы</b>              |                             |             |                      |
| 16. | Несобственные интегралы                                        | 12                          | 6           | 6                    |
| 17. | Числовые ряды                                                  | 16                          | 8           | 8                    |
| 18. | Функциональные последовательности и ряды                       | 14                          | 8           | 6                    |
| 19. | Степенные ряды                                                 | 10                          | 6           | 4                    |
|     | <b>Всего</b>                                                   | <b>204</b>                  | <b>102</b>  | <b>102</b>           |

## Содержание

### ***Введение***

Предмет математического анализа. Историческое развитие математического анализа, его место среди других математических наук и в естествознании.

### ***Числа и числовые множества***

Действительные числа. Числовые множества. Отображения. Счетные и несчетные множества. Границы числовых множеств.

### ***Числовые последовательности***

Сходящиеся последовательности, их свойства. Сходимость монотонных последовательностей. Принцип выбора Больцано-Вейерштрасса. Число “ $e$ ”. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости числовой последовательности.

### ***Предел функции***

Функция одной переменной. Предел функции в точке. Критерий Гейне. Критерий Коши существования конечного предела функции. Односторонние пределы. Бесконечные пределы и пределы на бесконечности.

### ***Непрерывность***

Непрерывность функции в точке. Односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва. Непрерывность монотонной функции. Непрерывность обратной функции и композиции функций. Непрерывность элементарных функций. Замечательные пределы. Сравнение функций.  $O$ -символика. Локальные свойства непрерывных функций. Функции, непрерывные на множестве. Достижение непрерывной на отрезке функцией своих экстремальных значений (теорема Вейерштрасса). Равномерная непрерывность функций. Теорема Кантора.

### ***Дифференцируемость***

Дифференцируемость функции в точке. Производная. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования. Производная обратной функции. Производная композиции функций. Производные основных элементарных функций. Дифференциал функции. Инвариантность формы первого дифференциала.

Использование производной и дифференциала в приближенных вычислениях.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически.

Формула Тейлора. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора. Ряд Тейлора. Формулы Эйлера.

### ***Исследование функций***

Стационарные точки функции. Теоремы Ферма, Ролля. Формула конечных приращений (теорема Лагранжа). Правила Лопиталя раскрытия неопределенностей.

Монотонные дифференцируемые функции. Экстремумы. Необходимое условие локального экстремума. Исследование критических точек. Глобальный

экстремум. Выпуклость функций. Асимптоты. Построение эскиза графика функции.

### ***Неопределенный интеграл***

Первообразная. Неопределенный интеграл. Первообразные основных элементарных функций. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Неберущиеся интегралы. Существование элементарных первообразных у рациональных функций. Методы рационализации.

### ***Определенный интеграл***

Определенный интеграл Римана. Основные свойства интеграла. Классы интегрируемых функций. Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема Барроу. Формула Ньютона-Лейбница. Основные приемы вычисления определенного интеграла.

### ***Приложения интеграла***

Длина дуги, площадь фигуры, объем тела, использование интегралов для их вычисления. Приложения интегралов в механике, физике, экономике и др.

### ***Функции нескольких переменных***

Пространство  $\mathbf{R}^n$ . Сходящиеся последовательности в  $\mathbf{R}^n$ . Принцип выбора. Критерий Коши сходимости последовательности в  $\mathbf{R}^n$ .

Функции нескольких переменных. Предел. Повторные пределы. Непрерывность. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность функции на множестве.

### ***Дифференцируемость функции нескольких переменных***

Дифференцируемость в точке функции нескольких переменных. Частные производные. Условия дифференцируемости. Дифференциал. Дифференцирование композиции функций нескольких переменных. Инвариантность формы первого дифференциала.

Производные и дифференциалы высших порядков. Условия равенства смешанных производных. Оператор дифференцирования. Формула Тейлора.

### ***Экстремум функций нескольких переменных***

Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия локального экстремума. Исследование стационарных точек. Условный экстремум. Функция Лагранжа. Глобальный экстремум.

### ***Кратные интегралы***

Интеграл Римана функции нескольких переменных. Основные свойства интеграла. Классы интегрируемых функций. Замена переменных в кратных интегралах. Использование полярных, цилиндрических и сферических координат при вычислении интегралов.

Использование кратных интегралов при решении геометрических, физических и других прикладных задач.

### ***Понятие о функциях комплексного аргумента***

Функции комплексного аргумента. Дифференцируемость функции комплексного аргумента. Условия Коши-Римана. Интеграл от функции комплексного аргумента.

### ***Несобственные интегралы***

Несобственные интегралы первого и второго рода. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов первого и второго рода. Несобственные интегралы от положительных функций. Признаки сравнения. Степенной признак сходимости несобственных интегралов. Абсолютная сходимость. Главное значение несобственного интеграла.

Эйлеровы интегралы первого и второго рода. Их основные свойства.

### ***Числовые ряды***

Числовой ряд. Критерий Коши сходимости ряда. Положительные ряды. Признаки сравнения для положительных рядов. Признаки сходимости Коши, Даламбера, интегральный признак и др. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Абсолютная сходимость. Действия с рядами.

### ***Функциональные последовательности и ряды***

Сходимость функциональных последовательностей. Равномерная сходимость. Критерии равномерной сходимости.

Функциональные ряды. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.

Свойства функций, определяемых как суммы рядов.

### ***Степенные ряды***

Степенные ряды. Теорема Абеля. Множество сходимости степенного ряда. Радиус сходимости. Свойства суммы степенного ряда.

Представление функций степенными рядами. Ряд Тейлора. Основные степенные разложения и их приложения к приближенным вычислениям.

## **Информационно-методическая часть**

### **Литература**

#### ***Основная***

1. Богданов Ю.С. Лекции по математическому анализу. – Мн.: изд-во БГУ, 1974, 1978. – Ч.1-2.
2. Богданов Ю.С., Кастрица О.А., Сыроид Ю.Б. Математический анализ. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. – 351с.
3. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл. Х. Математический анализ. – М.: изд-во Моск. ун-та, 1985, 1987. – Ч.1-2.
4. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.: Наука, 1980, 432 с.
5. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа.– М.: Высш. шк.: 1988, 1988,1989.– Т.1-3.
6. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1989. – 408с.
7. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М.: Наука, 1998. – 624с.

8.Краснов М.Л., Киселёв А.И., Макаренко Г.И. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. – М.: Наука, 1981. – 303с.

*Дополнительная*

9. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. – М.: Наука, 1982, 1980. – Ч.1-2.

10. Никольский С.М. Курс математического анализа. – М.: Наука, 1990. – Т.1-2.

11. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука, 1997. – Т.1-3.

12. Кастрица О.А. Высшая математика. – Мн.: Новое знание, 2005.–491 с.

13. Богданов Ю.С., Кастрица О.А. Начала анализа в задачах и упражнениях. – Мн.: Вышэйшая шк., 1988. – 179с.

14. Воднев В.Т., Наумович А.Ф., Наумович Н.Ф. Основные математические формулы. – Мн.: Вышэйшая шк., 1995. – 380с.

Типовым учебным планом специальности предусматривается в каждом семестре проведение зачета по практическим занятиям и экзамена. При выставлении итоговой семестровой оценки может быть использована рейтинговая система оценивания знаний, учитывающая работу студента на протяжении всего семестра.

Для текущего контроля знаний студентов можно использовать:

- проведение коллоквиумов;
- контрольные письменные работы по отдельным темам или по разделам (не менее 1 контрольной работы на каждые 34 часа аудиторных занятий);
- работу в аудитории;
- устный опрос;
- индивидуальные задания (предполагается наличие системы таких заданий);
- тестирование (предполагается наличие системы тестов по темам или по разделам дисциплины);
- другое.