

Министерство образования Республики Беларусь
Учебно-методическое объединение по естественнонаучному образованию

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра образования
Республики Беларусь

 В.А.Богуш

18.11.2015

Регистрационный № ТД-Q.544/тип.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Типовая учебная программа по учебной дисциплине
для специальностей:

1-31 04 01 Физика (по направлениям),
направления специальности

1-31 04 01-01 Физика (научно-исследовательская деятельность);

1-31 04 06 Ядерная физика и технологии;

1-31 04 07 Физика наноматериалов и нанотехнологий;

1-31 04 08 Компьютерная физика

СОГЛАСОВАНО

Председатель Учебно-методического
объединения по естественнонаучно-
му образованию



 П. Толстик

СОГЛАСОВАНО

Начальник управления высшего
образования Министерства образо-
вания Республики Беларусь


18.11.2015 С.И. Романюк

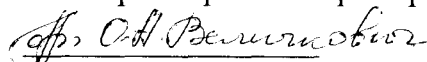
СОГЛАСОВАНО

Проректор по научно-методической
работе Государственного учреждения
образования «Республиканский
институт высшей школы»

 И.В. Титович

22.10.2015

Эксперт-нормоконтролер



28.05.2015

Минск 2015

СОСТАВИТЕЛИ:

О.А. Чупригин — доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

В.В. Кашевский — доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Н.И. Ильинкова — доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра математики физического факультета Учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет им. М.Танка»;

И.Н. Мелешко – профессор кафедры высшей математики №2 Белорусского национального технического университета, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:

Кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета
(протокол № 10 от 29 мая 2013 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета
(протокол № 6 от 27 июня 2013 г.);

Научно-методическим советом по физике Учебно-методического объединения по естественнонаучному образованию
(протокол № 1 от 12 сентября 2013 г.).

Ответственный за редакцию: О.А. Чупригин

Ответственный за выпуск: Н.И. Ильинкова

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Типовая учебная программа по учебной дисциплине «Математический анализ» разработана в соответствии с требованиями образовательных стандартов по специальностям 1-31 04 01 «Физика (по направлениям)», 1-31 04 06 «Ядерная физика и технологии», 1-31 04 07 «Физика наноматериалов и нанотехнологий», 1-31 04 08 «Компьютерная физика». Математический анализ занимает центральное место в системе математической подготовки студентов физических специальностей, являясь фундаментом для успешного овладения теорией дифференциальных и интегральных уравнений, методами математической физики. Методы и аппарат анализа, составляющего основу математического естествознания, широко используются в курсах общей и теоретической физики. Данная типовая учебная программа по дисциплине согласована с типовыми учебными программами по дисциплинам: «Аналитическая геометрия и линейная алгебра», «Дифференциальные и интегральные уравнения», «Механика», «Теоретическая механика», «Квантовая механика».

Цель учебной дисциплины – глубокое овладение фундаментальными понятиями предельного перехода, операциями дифференцирования и интегрирования в одномерном и многомерном случаях и прочными навыками их использования в смежных математических курсах и при решении конкретных прикладных задач.

Основная задача учебной дисциплины – обеспечить глубокую общематематическую подготовку студентов физических специальностей, позволяющую свободно ориентироваться в научной и специальной литературе; выработать навыки решения типовых и прикладных задач.

Отличительной особенностью курса «Математический анализ» является включение в названную дисциплину наряду с традиционными разделами основных понятий векторного анализа. Программа учитывает многолетний опыт преподавания математического анализа на физическом факультете и факультете радиофизики и компьютерных технологий Белорусского государственного университета. Изложение основных тем программы определяется характером УВО и наличием соответствующих технических средств обучения.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- основные понятия теории пределов;
- дифференциальное и интегральное исчисления функции одной и многих переменных и их приложения;
- основные операции и теоремы теории поля;

уметь:

- находить пределы последовательностей и функций;
- вычислять производные и интегралы от элементарных функций;
- исследовать сходимость несобственных интегралов и рядов;
- вычислять поток и циркуляцию векторных полей, находить скалярный и векторный потенциалы;
- использовать аппарат математического анализа при изучении физических явлений;

владеть:

- навыками применения математического инструментария для решения научно-практических задач.

Освоение данной программы должно обеспечить формирование следующих компетенций:

- АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.
- АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

- АК-3. Владеть исследовательскими навыками.
- АК-4. Уметь работать самостоятельно.
- АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.
- АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникации.
- АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.
- СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.
- СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.
- СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.
- СЛК-6. Уметь работать в команде.
- ПК-1. Применять знания теоретических и экспериментальных основ физики, современных технологий и материалов, методы исследования физических объектов, методы измерения физических величин, методы автоматизации эксперимента.
- ПК-2. Использовать новейшие открытия в естествознании, методы научного анализа, информационные образовательные технологии, физические основы современных технологических процессов, научное оборудование и аппаратуру.
- ПК-4. Пользоваться глобальными информационными ресурсами, компьютерными методами сбора, хранения и обработки информации, системами автоматизированного программирования, научно-технической и патентной литературой.

В дисциплине применяются активные методы обучения. Основу составляют технологии проблемного и контекстного обучения, предполагающие лекционные и практические занятия, рейтинговую систему оценки знаний.

Общее количество часов 422. Аудиторное количество часов 266, из них: лекции – 122 часа, практические занятия – 144 часа. Рекомендуемая форма итогового контроля : 2 зачета, 2 экзамена.

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№ п/п	Название темы	Лекции	Практические занятия	Всего аудиторных
1	Теория пределов.	22	24	46
2	Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	18	16	34
3	Интегральное исчисление функций одной переменной.	14	18	32
4	Дифференциальное исчисление функций многих переменных.	14	20	34
5	Интегральное исчисление функций многих переменных.	20	24	44
6	Теория рядов.	10	14	24
7	Основы векторного анализа.	24	28	52
	Итого	122	144	266

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

1. Теория пределов. Основные сведения о действительных числах. Бином Ньютона. Точные границы числовых множеств. Комплексные числа. Разложение многочленов на множители. Рациональные дроби.

Числовые последовательности. Предел последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей. Монотонные последовательности. Число e . Предельные точки последовательности. Критерий сходимости последовательности. Предел последовательности комплексных чисел.

Два определения предела функции и их равносильность. Свойства

пределов функций. Односторонние и несобственные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Критерий Коши. Замечательные пределы.

Непрерывные функции. Точки разрыва. Непрерывность элементарных функций. Локальные и глобальные свойства непрерывных функций. Равномерная непрерывность.

2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Производная функции, ее геометрический и физический смысл. Дифференциал. Основные правила дифференцирования. Производные и дифференциалы высших порядков. Дифференциальные теоремы о среднем. Раскрытие неопределенностей.

Формула Тейлора. Различные виды остаточного члена. Формулы Тейлора элементарных функций.

Признаки монотонности функции. Локальный и глобальный экстремумы. Выпуклость кривой и точки перегиба. Асимптоты графика функции. Схема построения графика функции.

Приближенное решение уравнений.

3. Интегральное исчисление функций одной переменной. Первообразная и неопределенный интеграл. Табличные интегралы. Основные методы интегрирования. Интегрирование рациональных дробей. Метод рационализации.

Понятие определенного интеграла. Условия интегрируемости. Свойства определенного интеграла. Оценки интегралов. Теоремы о среднем. Основная формула интегрального исчисления. Формулы замены переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле. Геометрические и физические приложения определенного интеграла. Приближенные вычисления интегралов.

Несобственные интегралы первого и второго типов. Простейшие свойства несобственных интегралов. Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости несобственных интегралов.

4. Дифференциальное исчисление функций многих переменных.

Конечномерные пространства. Предел функции многих переменных. Повторные пределы. Непрерывные функции многих переменных и их свойства. Частные производные. Дифференцируемые функции. Производные и дифференциалы сложных функций. Производные по направлению и градиент. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций многих переменных. Экстремумы. Неявные функции, задаваемые одним уравнением и системой уравнений. Понятие о зависимости функций. Условный (относительный экстремум). Замена переменных.

5. Интегральное исчисление функций многих переменных. Двойной интеграл и его основные свойства. Приведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных. Тройные и n -кратные интегралы. Геометрические и физические приложения кратных интегралов. Несобственные кратные интегралы.

Собственные интегралы, зависящие от параметра, их свойства. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Непрерывность интегралов, интегрирование и дифференцирование по параметру. Интегралы Эйлера.

6. Теория рядов. Числовые ряды. Основные свойства сходящихся рядов. Абсолютная и условная сходимость рядов. Признаки абсолютной сходимости. Знакопередающиеся ряды и теорема Лейбница. Действия над рядами.

Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость. Критерий Коши. Достаточные признаки равномерной сходимости. Степенные ряды. Ряд Тейлора. Ряды Тейлора элементарных функций.

7. Основы векторного анализа. Вектор-функции скалярного аргумента. Основы трехгранника. Формулы Френе. Вычисление кривизны и кручения. Параметрическое уравнение поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Первая и вторая квадратичные формы

Криволинейные интегралы первого и второго рода, их свойства и вычисление. Формула Грина и ее приложения. Определение поверхностных интегралов первого и второго рода и их вычисление. Формулы Остроградского-Гаусса и Стокса, их приложения.

Скалярные и векторные поля. Инвариантные определения градиента, дивергенции, ротора и оператора Лапласа. Потенциальные и соленоидальные поля. Оператор Гамильтона. Дифференциальные операции теории поля второго порядка. Выражение основных операций теории поля в ортогональных криволинейных координатах.

Примечание. По разделу «Математический анализ» необходимо провести 8 контрольных работ.

Информационно-методическая часть

Рекомендуемые формы диагностики знаний

Для текущего контроля и самоконтроля знаний и умений студентов по данной дисциплине можно использовать следующий диагностический инструментарий:

- устные опросы;
- письменные контрольные работы по отдельным темам курса;
- коллоквиумы;
- компьютерное тестирование.

Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы

Для организации самостоятельной работы студентов по дисциплине рекомендуется использовать современные информационные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (программа, основной теоретический материал, методические указа-

ния к практическим занятиям, список рекомендуемой литературы и информационных ресурсов, задания в тестовой форме для контроля и самоконтроля и др.). При оценивании качества усвоения студентами учебного материала рекомендуется использование накопительной рейтинговой системы.

Рекомендуемые темы контрольных работ

1. Последовательности и пределы функций.
2. Основы дифференциального исчисления.
3. Неопределенный и определенный интегралы.
4. Формула Тейлора и исследование функций.
5. Функции многих переменных.
6. Кратные интегралы..
7. Числовые и функциональные ряды.
8. Нахождение циркуляции, потока векторного поля и потенциалов.

Рекомендуемые темы коллоквиумов

1. Введение в математический анализ.
2. Теория пределов.
3. Основы дифференциального исчисления.
4. Формула Тейлора и исследование функций.
5. Функции многих переменных.
6. Несобственные интегралы и интегралы, зависящие от параметра.
7. Теория рядов.
8. Векторный анализ.

Рекомендуемая литература

Основная

1. Ильин, В.А. Основы математического анализа. Ч. 1 / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк – М.: Физматлит, 2005. – 648 с.
2. Ильин, В.А. Основы математического анализа. Ч. 2 / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк – М.: Физматлит, 2002. – 464 с.
3. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т.1 / Л.Д. Кудрявцев – М.: Физматлит, 2009. – 400 с.
4. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т.2 / Л.Д. Кудрявцев – М.: Физматлит, 2010. – 424 с.
5. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. Т. 1 / Г.М. Фихтенгольц – СПб.:Лань, 2008. – 448 с.
6. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Т. 2 / Г.М. Фихтенгольц – СПб.: Лань, 2005. – 464 с.
7. Тер-Крикоров, А.М. Курс математического анализа / А.М. Тер-Крикоров, М.И. Шабунин – М.: БИНОМ, Лаб. Знаний, 2009. – 672 с.
8. Будак, Б.М. Кратные интегралы и ряды / Б.М. Будак, С.В. Фомин – М.: Физматлит, 2002. – 511 с.

9. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу / Б.П. Демидович – М.: АСТ: Астрель, 2010. – 558 с.
10. Краснов, М.Л. Векторный анализ / М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко – М.: Наука, 1978. – 160 с.

Дополнительная

1. Богданов, Ю.С. Лекции по математическому анализу. Ч. 1 / Ю.С. Богданов – Мн.: БГУ, 1974. – 178 с.
2. Богданов, Ю.С. Лекции по математическому анализу. Ч. 2 / Ю.С. Богданов – Мн.: БГУ, 1974. – 178 с.
3. Русак, В.М. Курс вышэйшай матэматыкі. Алгебра і геаметрыя. Аналіз функцый адной зменнай / В.М. Русак, Л.І. Шлома, В.К. Ахраменка, А.А. Крачкоўскі – Мн.: Вышэйшая школа, 1994. – 431 с.
4. Русак, В.М. Курс вышэйшай матэматыкі. Функцыі некалькіх зменных. Інтэгральнае злічэнне. Шэрагі / В.М. Русак, Л.І. Шлома, В.К. Ахраменка, А.А. Крачкоўскі – Мн.: Вышэйшая школа, 1997. – 505 с.
5. Кованцов, Н.И. Дифференциальная геометрия, топология и тензорный анализ: сб. задач / Н.И. Кованцов [и др.] – 2-е изд. – К.: Выш. шк., 1989. – 398 с.
6. Абрашына-Жадаева, Н.Р. Вышэйшая матэматыка ў прыкладах і задачах. Ч.1. Матэматычны аналіз / Н.Р. Абрашына-Жадаева, В.К. Ахраменка, С.С. Беляўскі, Л.Л. Бярозкіна, А.А. Чупрыгін – Мн.: БДУ, 2007. – 154 с.