

## Динамика формирования ударной волны огибающей УКИ в среде с релаксирующей кубической нелинейностью

А.А.Афанасьев\*, В.М.Волков\*\*, А.И.Урбанович\*\*\*

*На основе численного анализа соответствующего укороченного волнового уравнения исследовано влияние релаксации нелинейности на формирование ударной волны огибающей интенсивности лазерных УКИ. Показано, что релаксация нелинейности приводит к стабилизации процесса обострения огибающей, а минимальная ширина фронта ударной волны ограничена временем релаксации нелинейности. Установлено, что в зависимости от знака нелинейности фактор релаксации обуславливает сжатие или расплывание импульса в процессе распространения.*

*Ключевые слова:* УКИ, релаксация нелинейности, ударная волна.

Впервые на возможность формирования ударных волн огибающей высокоинтенсивных УКИ света в нелинейных средах было обращено внимание Островским [1]. В его первых работах [1, 2] было показано, что вследствие зависимости групповой скорости от интенсивности распространяющегося в нелинейной среде мощного лазерного импульса происходит нелинейное искажение его формы. Нелинейная добавка к групповой скорости УКИ в средах с  $n_2 > 0$  приводит к увеличению крутизны его заднего фронта, а в средах с  $n_2 < 0$  – к обострению переднего. Накапливающиеся при распространении в нелинейной среде изменения формы УКИ могут приводить к образованию ударной волны его огибающей. Такая ситуация во многом аналогична генерации ударных волн в акустике [3].

Динамика формирования ударной волны огибающей УКИ в нелинейных средах рассматривалась во многих работах (см., напр., [1–8]). Однако основное внимание авторы этих работ уделяли исследованию спектрального уширения УКИ при нелинейном искажении его формы. Детальный же анализ динамики формирования ударной волны огибающей УКИ проведен в основном для сред с безынерционной кубической нелинейностью [4]. Из общих соображений очевидно, что по мере увеличения крутизны одного из фронтов УКИ при его распространении в нелинейной среде инерционность нелинейного отклика начинает играть более заметную роль. При этом существенно ограничивается длина взаимодействия, на которой остается справедливым квазистатическое (безынерционное) приближение.

Результаты экспериментальных исследований формирования ударной волны огибающей УКИ пикосекундной длительности в капиллярных волоконных световодах, наполненных органическими жидкостями, приведе-

ны в [9]. Проведенное в [9] сопоставление полученных экспериментальных данных с известными теоретическими моделями показало, что инерционность нелинейного отклика «наполнителя» волоконного световода (обусловленного различными механизмами) играет определяющую роль при формировании ударной волны огибающей и спектрального уширения УКИ. В этой связи анализ динамики формирования ударной волны огибающей УКИ при его распространении в среде представляется практически интересной задачей.

В данном сообщении проведено численное моделирование процесса формирования ударной волны огибающей УКИ в керровской среде с релаксирующей нелинейностью. Проявления волновой нестационарности – зависимости групповой скорости импульса света от интенсивности – рассматриваются на основе укороченного волнового уравнения с сохранением в его правой части первой производной от амплитуды нелинейной поляризации среды [3]. Анализ динамики формирования ударной волны огибающей УКИ в нелинейной среде основывается на численном решении системы, состоящей из укороченного волнового уравнения и динамического уравнения для нелинейного отклика, аналогом которой является одно интегродифференциальное уравнение для комплексной амплитуды импульса.

Для высокочастотного эффекта Керра динамическое уравнение для нелинейной добавки  $\Delta\chi$  к линейной восприимчивости среды имеет вид [3]

$$t_0 \frac{\partial \Delta\chi}{\partial t} + \Delta\chi = \chi^{(3)} |E|^2, \quad (1)$$

где  $\chi^{(3)}$  – кубическая восприимчивость среды ( $\chi^{(3)} \sim n_2$ );  $t_0$  – время релаксации нелинейного отклика;  $E$  – амплитуда импульса. Из (1) для нелинейной поляризации среды  $\mathcal{P}^{(3)}$  находим выражение

$$\mathcal{P}^{(3)} = \frac{\chi^{(3)}}{t_0} \int_{-\infty}^{t'} |E|^2 \exp\left(\frac{t' - t}{t_0}\right) dt' \times E \exp[-i(\omega t - kz)] \equiv \chi_n \mathcal{E}, \quad (2)$$

\*Институт физики им. Б.И.Степанова НАН Белоруссии, 220072 Минск, просп. Ф.Скорины, 70

\*\*Институт математики НАН Белоруссии, 220072 Минск, ул. Сурганова, 11; эл.почта: volk@im.bas-net.by

\*\*\*Белорусский государственный университет, 220072 Минск, просп. Ф.Скорины, 4

где  $\omega$  и  $k = \omega n_0/c$  – частота и волновое число;  $n_0$  – линейный показатель преломления;  $\mathcal{E}(z, t) = E(z, t) \times \exp[-i(\omega t - kz)]$ . С учетом (2) из волнового уравнения

$$\left( \Delta - \frac{n_0^2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathcal{E} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{P}^{(3)}}{\partial t^2} \quad (3)$$

легко получить следующее уравнение для амплитуды импульса:

$$\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{1}{v_0} \frac{\partial E}{\partial t} = i2 \frac{k}{n_0^2} \frac{\chi^{(3)}}{t_0} \left( 1 - i \frac{2}{\omega} \frac{\partial}{\partial t} \right) \times \left[ E \int_{-\infty}^t |E|^2 \exp\left(\frac{t'-t}{t_0}\right) dt' \right], \quad (4)$$

где  $v_0 = c/n_0$ . В интегродифференциальном уравнении (4) учтена первая производная от амплитуды поляризации (2), поскольку именно она, как уже отмечалось выше, ответственна за искажение формы импульса в нелинейной среде.

Используя (4), рассмотрим динамику формирования ударной волны огибающей УКИ гауссовой формы

$$E(0, t) = E_0 \exp\left[-2(t/t_p)^2\right], \quad (5)$$

где  $E_0$  – действительная максимальная амплитуда;  $t_p$  – длительность импульса. После подстановки  $E = |E| \times \exp(i\varphi)$  и несложных преобразований уравнение (4) сводится к системе двух уравнений в безразмерных переменных  $x = z/L$ ,  $\tau = t/t_p$  для действительной нормированной интенсивности  $I = |E|^2/|E_0|^2$  и фазы  $\varphi$  импульса:

$$\frac{\partial I}{\partial x} + \left[ \frac{L}{v_0 t_p} + \frac{a}{\alpha} \int_{-\infty}^{\tau} I \exp\left(-\frac{\tau-\tau'}{\alpha}\right) d\tau' \right] \frac{\partial I}{\partial \tau} = -\frac{2a}{\alpha} I \int_{-\infty}^{\tau} \frac{\partial I}{\partial \tau'} \exp\left(-\frac{\tau-\tau'}{\alpha}\right) d\tau', \quad (6)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \left[ \frac{L}{v_0 t_p} + \frac{a}{\alpha} \int_{-\infty}^{\tau} I \exp\left(-\frac{\tau-\tau'}{\alpha}\right) d\tau' \right] \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = \frac{\omega t_p}{2} \frac{a}{\alpha} \int_{-\infty}^{\tau} I \exp\left(-\frac{\tau-\tau'}{\alpha}\right) d\tau', \quad (7)$$

где  $L$  – длина нелинейной среды;  $\alpha = t_0/t_p$ ;  $a = 4\pi k \chi^{(3)} \times |E_0|^2 L/n_0^2 \omega t_p$ ;  $0 \leq x \leq 1$ . Граничные условия для уравнений (6), (7) в соответствии с (5) принимают вид

$$I(0, \tau) = \exp\left[-(2\tau)^2\right], \quad \varphi(0, \tau) = 0. \quad (8)$$

Очевидно, что уравнение (6), описывающее динамику формирования ударной волны огибающей, не зависит от фазы импульса. Уравнения (6) и (7) получены для произвольных значений параметра  $\alpha$ . В частности, при  $\alpha \rightarrow 0$ , что соответствует переходу к безынерциальному отклику среды, уравнение (6) принимает известный вид [3]:

$$\frac{\partial I}{\partial x} + \left( \frac{L}{v_0 t_p} + 3aI \right) \frac{\partial I}{\partial \tau} = 0. \quad (9)$$

Уравнение (9) имеет аналитическое решение в неявной форме и достаточно полно исследовано в [4].

Анализ влияния инерционности нелинейного отклика среды на формирование ударной волны огибающей проведем на основе численного анализа уравнения (6) с граничными условиями (8). Численное решение уравнения (7) с использованием полученного решения уравнения (6) позволяет проанализировать процесс девиации частоты УКИ в зависимости от параметров нелинейной среды и излучения.

Результаты численного решения уравнений (6) и (7) представлены на рис. 1. На рис. 1, а для сравнения приведены результаты, соответствующие мгновенному отклику нелинейной среды ( $\alpha = 0$ ) [4]. В этом случае формы огибающей интенсивности  $I(\xi)$  и зависимости изменения частоты  $\partial\varphi/\partial\xi$  от времени  $\xi = \tau - xL/(v_0 t_p)$ , соответствующие различным знакам параметра нелинейности  $a \sim \chi^{(3)}$ , симметричны относительно исходного положения максимума импульса (точки  $\xi = 0$ ).

С «включением» процесса релаксации нелинейного отклика среды симметрия нарушается вследствие смещения максимума амплитуды  $\chi_n(\xi)$  в сторону заднего фронта импульса (см. рис. 1, б, в). При этом наблюдаются качественные различия в характере динамики формирования ударных волн огибающей интенсивности в соответствии со знаком параметра нелинейности  $a$ . Характерной особенностью деформации огибающей интенсивности в случае  $a < 0$  является возникновение узкого пика с длительностью  $\sim t_0$  на переднем фронте импульса. В случае  $a > 0$  увеличение крутизны заднего фронта сопровождается увеличением длительности импульса и снижением его максимальной интенсивности.

Сравнение результатов численных экспериментов, соответствующих разным временам релаксации (рис. 1, б, в), показывает, что инерционность нелинейности препятствует образованию ударной волны. Обострение огибающей импульса стабилизируется при ширине фронта импульса порядка времени релаксации нелинейности.

Из рис. 1 видно, что инерционность нелинейного отклика приводит также и к нарушению симметрии функции  $\partial\varphi/\partial\xi$  относительно точки  $\xi = 0$  при изменении знака параметра нелинейности  $a \sim \chi^{(3)}$ . При этом наибольшее абсолютное значение функции  $\partial\varphi/\partial\xi$  достигается при  $a > 0$  на заднем фронте импульса вследствие «накапливающегося» нелинейного отклика, а при  $a < 0$  – на переднем фронте из-за его высокой пиковой интенсивности, обусловленной формированием ударной волны.

Таким образом, инерционность нелинейности оказывает существенное влияние на динамику огибающей интенсивности УКИ в процессе его распространения. Во-первых, фактор релаксации нелинейности ограничивает процесс обострения огибающей УКИ, в результате чего ширина фронта ударной волны имеет характерный масштаб порядка времени релаксации  $t_0$ . Во-вторых, инерционность нелинейности обуславливает качественные различия режимов обострения фронта УКИ в средах с разным знаком  $n_2$ . Для положительных  $n_2$  влияние инерционности нелинейности ведет к декомпрессии импульса, в то время как для отрицательных  $n_2$  наблюдается обратный эффект.

Отметим, что образование короткого интенсивного пика на переднем фронте огибающей (случай  $a \neq 0$  и  $a < 0$ ) представляет интерес с точки зрения использования этого эффекта для уменьшения длительности УКИ в средах, обладающих отрицательной релаксирующей нелинейностью.

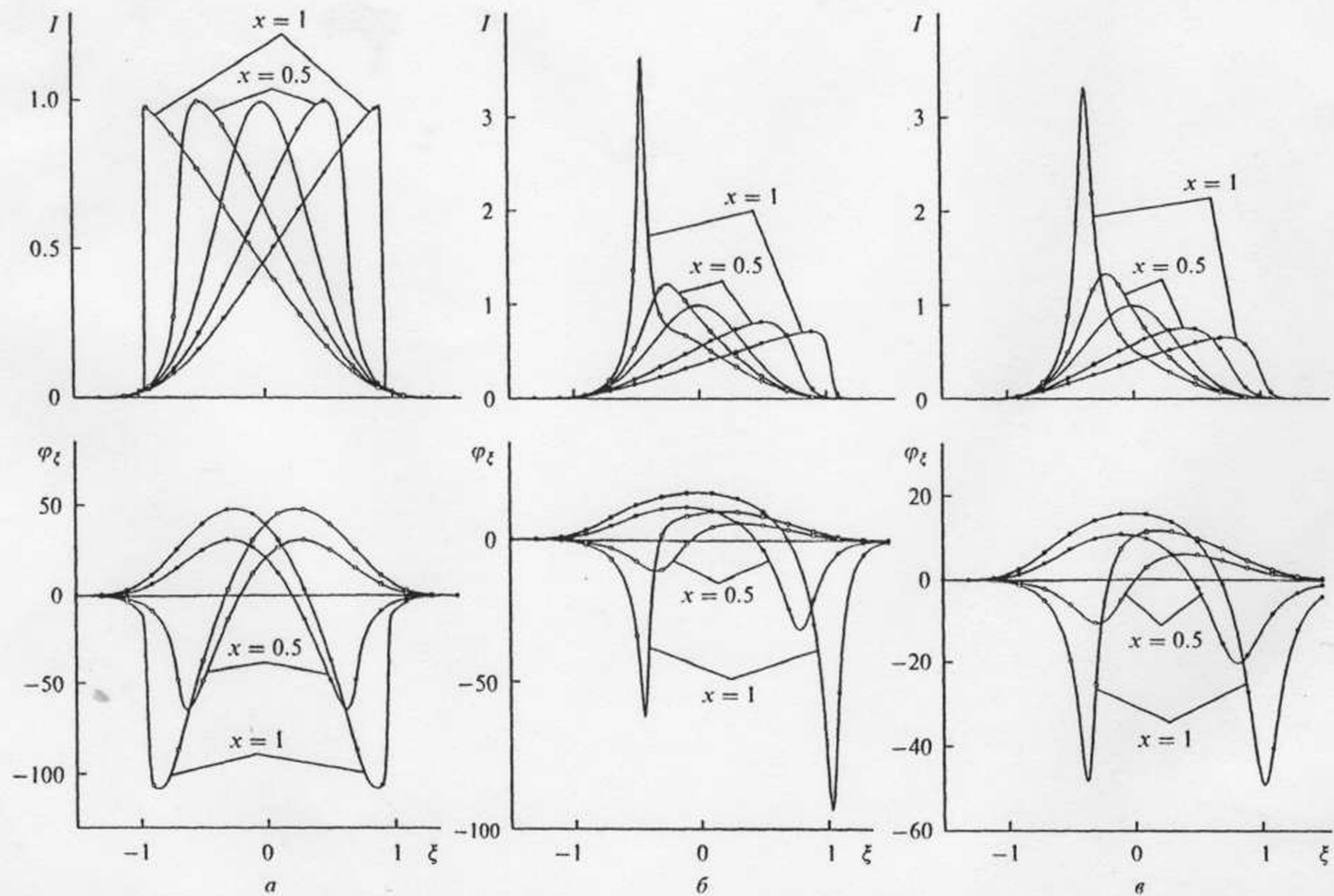


Рис.1. Эволюция огибающей  $I$  и частоты  $\varphi_z = \partial\varphi/\partial\xi$  гауссова импульса в среде с кубической нелинейностью при различных  $x$  и  $\omega t_p = 10^2$  для  $\alpha = 0$ ,  $a = \pm 1/3$  (а),  $\alpha = 0.1$ ,  $a = 0.5$ ,  $a = -0.175$  (б) и  $\alpha = 0.2$ ,  $a = 0.5$ ,  $a = -0.2$  (в). Кривые, помеченные темным (светлым) маркером, соответствуют  $a > 0$  ( $a < 0$ ), кривые без маркера – огибающие входного импульса ( $x = 0$ ).

1. Островский Л.А. *ЖТФ*, 33, 905 (1963).
2. Островский Л.А. *ЖЭТФ*, 51, 1189 (1966).
3. Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов* (М., Наука, 1988).
4. Anderson D., Lisak M. *Phys.Rev.A*, 27, 1393 (1983).
5. Yang C., Shen Y.R. *Optics Letts*, 9, 510 (1984).
6. Manassah J.T., Alfano R.R., Mustafa M. *Phys.Letts A*, 107, 305 (1985).
7. Mestdagh D., Haelterman M. *Optics Comms*, 61, 291 (1987).
8. Armstrong J.A. *Phys.Rev. A*, 11, 963 (1975).
9. Нестерова З.В., Александров И.В. *ЖЭТФ*, 88, 96 (1985).

A.A.Afanasyev, V.M.Volkov, A.I.Urbanovich. Dynamics of forming of the shock wave of the envelope of ultrashort pulses in a medium with relaxing cubic nonlinearity.

The effect of relaxation of nonlinearity on forming of the shock wave of the envelope of ultrafast pulses is studied based on the numerical analysis of the corresponding truncated wave equation. It is shown that relaxation of nonlinearity results in a stabilization of the process of the envelope sharpening, while the minimum width of the shock-wave front is limited by the relaxation time of nonlinearity. It is found that, depending on the nonlinearity sign, the relaxation factor causes compression or spreading of the pulse during its propagation.