МЕТОДИКА
ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

ПОСОБИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПЕРВОГО КУРСА И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ

Л.А. Альсевич[1], **С.Г. Красовский**[2], **А.Ф. Наумович**[1], **Е.В. Жибрик**[1]

[1] Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики, Минск, Беларусь
laalsevich@mail.ru
[2] Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
kras@im.bas-net.by

Имея достаточный опыт работы, можно отметить, что многие абитуриенты, став студентами, испытывают затруднения при проведении алгебраических преобразований. Зачастую не понимают, что такое доказательство и зачем оно нужно, имеют недостаточные навыки в работы с тригонометрическими и обратными тригонометрическими функциями, логарифмами, недостаточно развито пространственное воображение. Эти обстоятельства создают серьезные затруднения в работе с первым курсом. Дополнительные проблемы создает неоднородность студенческих групп по уровню знания школьной математики.

Кроме того, переход от школы к вузу сопряжен с трудностями, связанными с другой организацией работы, отличной от школы, существенным усложнением осваиваемого материала, более быстрым темпом изучения дисциплины, дефицитом времени на подготовку и самоконтроль.

Как частичный выход из создавшейся ситуации авторы видят в создании методических пособий, ориентированных в первую очередь на студентов, которые добросовестно относятся к учебе, но в силу различного рода обстоятельств испытывают затруднения с освоением начал высшей математики.

Чтобы помочь студентам освоить материал по математическому анализу, который изучается на 1-м курсе факультета прикладной математики и информатики, коллективом авторов (Л.А. Альсевич, С.Г. Красовский, А.Ф. Наумович, Н.Ф. Наумович) разработаны следующие методические пособия: «Пределы. Предел последовательностей», «Пределы. Предел функции», «Функции. Непрерывность. Графики», «Функции. Дифференцируемость» в 2-х частях. Во всех указанных методических пособиях сохраняется преемственность в методах, подходах, обозначениях и изложении материала. Коротко охарактеризуем каждое из них.

В первом из вышеназванных пособий рассматриваются такие важные и используемые в дальнейшем понятия и темы, как «Метод математической индукции», «Сочетания», «Бином Ньютона». Приводятся основные определения, даются требуемые теоретические положения, свойства и формулы, рассматриваются иллюстративные примеры и предлагаются упражнения, снабженные ответами и позволяющие закрепить изучаемый материал. Основная часть этого пособия посвящена изучению понятия последовательности, ее свойств, умения с ней работать и находить пределы последовательностей. В пособии приведены все предусмотренные программой сведения, причем все утверждения и свойства подкрепляются примерами. Отметим, что примеры рассматриваются достаточно подробно, возможно, даже с излишней детализацией выкладок. Но это делается сознательно, чтобы изучение решений студентом не создавало ему дополнительных проблем.

Отметим, что уже здесь предлагается использование эквивалентных последовательностей при нахождении пределов последовательностей. Это упрощает работу по нахождению пределов последовательностей. Авторы считают, что применение эквивалентных последовательностей на более раннем этапе является целесообразным, поскольку позволяет в дальнейшем при нахождении пределов функций сразу использовать эквивалентные функции. Знание эквивалентных последовательностей используется при исследовании сходимости рядов и несобственных интегралов.

Второе пособие «Пределы. Предел функции» построено в аналогичном ключе: даются требуемые определения, приводятся теоретические положения и свойства. Все подкрепляется достаточно подробными решениями типовых задач и примеров. Кроме того, авторы постарались подчеркнуть важность сочетания различных подходов к нахождению пределов функций: замену эквивалентными, правило Лопиталя, формулу Тейлора.

Третье пособие «Функции. Непрерывность. Графики» построено аналогично. В нем рассматриваются числовые функции как частный случай отображения множеств. Напоминаются основные понятия: четность, нечетность, периодичность, графики основных элементарных функций и преобразования графиков. Особое внимание уделено непрерывности функций.

В заключительном пособии «Функции. Дифференцируемость» содержатся основные теоретические сведения о дифференцируемых функциях. В нем предложены основные приемы нахождения производных и дифференциалов высших порядков, в том числе для функций, заданных неявно или параметрически. Рассмотрены геометрические приложения производной, применение дифференциалов для приближенных вычислений. Во второй части этого пособия содержится большое количество упражнений по разделу математического анализа, касающемуся вопросов изучения дифференцируемости функций: нахождение производных и дифференциалов высших порядков (в том числе для функций, заданных неявно или параметрически); вычисление односторонних производных; задачи геометрического содержания, использующие производную функции; применение дифференциалов для приближенных вычислений.

В каждом из пособий в заключение каждого раздела предлагается ряд упражнений, позволяющих закрепить изучаемый материал. Заканчивается каждое пособие достаточно широким набором задач разного уровня сложности для самоконтроля, составления индивидуальных и контрольных заданий. Все приведенные в упражнениях задачи снабжены ответами, что позволяет студентам в некоторой степени оценить уровень познания той или иной темы.

Указанные пособия находятся в электронной форме на сервере факультета, что позволяет достаточно плотно их использовать как на практических занятиях, так и предлагать набор примеров и задач для домашнего выполнения. Варианты контрольных работ составляются из тех примеров, которые содержатся в разделе «Задачи для самоконтроля, составления индивидуальных и контрольных заданий», имеющемся в каждом из пособий, о чем студенты заранее ставятся в известность.

По опыту работы с первым курсом надо отметить, что студенты хорошо восприняли предложенные методические материалы и много с ними работали. Более того, студенты второго курса при изучении тем «Числовые ряды», «Функциональные последовательности и ряды», «Несобственные интегралы», «Несобственные интегралы, зависящие от параметра» достаточно активно используют первое и второе методические пособия.

В заключение отметим, что есть, конечно, целый ряд пособий и задачников, но в большинстве случаев они предназначены для студентов, хорошо владеющих математикой. Либо другая крайность: изложение ведется для студентов не математических факультетов, и, следовательно, не охватывает материал, предусмотренный программой для математических факультетов.

АСИМПТОТЫ ФАЗОВЫХ ГРАФИКОВ СТАЦИОНАРНОГО ЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Л.А. Альсевич[1], **С.А. Мазаник**[1], **Г.А. Расолько**[2]

[1] Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики, Минск, Беларусь
alsevichla@bsu.by, smazanik@bsu.by
[2] Белгосуниверситет, механико-математический факультет, Минск, Беларусь
rasolka@bsu.by

В учебной литературе по дифференциальным уравнениям, как правило, изучаются фазовые графики двумерной линейной системы дифференциальных уравнений

$$x' = ax + by, \quad y' = cx + dy \tag{1}$$

с постоянными коэффициентами a, b, c, d. Следуя Ю.С.Богданову [1], мы в курсе дифференциальных уравнений, читаемом для студентов факультета прикладной математики и информатики Белгосуниверситета, вначале исследуем поведение фазовых графиков $x = x(t)$, $y = x'(t)$ линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка

$$x''(t) + a_1 x'(t) + a_0 x(t) = 0 \tag{2}$$

с постоянными коэффициентами a_1, a_0. Затем при изложении темы «Фазовая плоскость стационарного линейного векторного уравнения» просто ссылаемся на полученные результаты для уравнения (2). Это связано с тем, что, во-первых, при рассмотрении фазовых графиков уравнения (2) легко в явном виде выписать параметрические уравнения, задающие фазовые графики, и, во-вторых, в случае отличной от скалярной матрицы коэффициентов расположение фазовых графиков системы (1) с точностью до невырожденного аффинного преобразования совпадает с расположением соответствующих фазовых графиков уравнения (2) [1–3].

Одним из вопросов, возникающих при исследовании отличных от точки покоя фазовых графиков невырожденного $(a_0 \neq 0)$ уравнения (2), является вопрос о наличии у них асимптот, в частности, при $t \to \pm\infty$.

Прямую $y = kx + b$ будем называть асимптотой параметрически заданной кривой $\ell = \{M(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = x(t),\ y = y(t),\ t \in \mathbb{R}\}$ при $t \to +\infty(-\infty)$, если отклонение точек этой кривой от прямой $y = kx + b$ стремится к нулю при $t \to +\infty(-\infty)$. Это равносильно тому, что

$$\lim_{t \to +\infty(-\infty)} (y(t) - kx(t) - b) = 0. \tag{3}$$

Отметим, что в случае когда $x(t) \to \infty$ при $t \to +\infty(-\infty)$ это определение совпадает с определением наклонной (правосторонней, левосторонней) асимптоты кривой, заданной явным образом: $y = f(x)$ [7, с. 205].

Расположение фазовых графиков уравнения (2) на фазовой плоскости, как известно, полностью определяется корнями λ_1, λ_2 характеристического уравнения $\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0$. Если корни характеристического уравнения — комплексные числа с ненулевой мнимой частью (точка покоя — центр или фокус), то ни один фазовый график асимптот не имеет.