

4. Чарный И.А. Основы подземной гидравлики. - М.: Гостоптехиздат, 1956.

5. Черноуско Ф.Л., Баничук Н.В. Вариационные задачи механики и управления. - М.: Наука, 1973.

УДК 532.546

В.Б. Таранчук (Белорусский
государственный университет)

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ПРОЦЕССА ВЫТЕСНЕНИЯ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ НЕФТИ РАСТВОРОМ АКТИВНОЙ ПРИМЕСИ

Математический аппарат исследования одномерных плоских линейных задач вытеснения нефти раствором активной примеси достаточно развит, и решен целый ряд принципиально важных задач (см., например, [1,2]). Однако решения получены для случаев, когда вытесняемая нефть является ньютоновской и ее движение описывается обобщенным законом фильтрации Дарси. В то же время известно, что для нефей ряда месторождений характерно проявление вязкопластических свойств. Поэтому задача о вытеснении неньютоновских нефтей растворами активных примесей представляет не только теоретический, но и практический интерес.

В настоящей работе приведен и проиллюстрирован примерами алгоритм построения точного аналитического решения одномерной линейной задачи вытеснения вязкопластической нефти раствором активной примеси для условий, когда справедливо крупномасштабное приближение, то есть капиллярные силы и диффузионный перенос примесей пренебрежимо малы. Для упрощения выкладок изучается фильтрация в горизонтальном пласте, когда примесь растворяется только в вытесняющей фазе.

Рассмотрим процесс изотермической фильтрации двух несмешивающихся несжимаемых жидкостей в недеформируемой пористой среде. Пусть x и t - пространственная координата и время, $x \geq 0$, $t \geq 0$; k и m - абсолютная проницаемость и пористость среды, полагаемые далее постоянными; индексы $i = 1$ и 2 отно-

тся к вытесняемой и вытесняющей фазам; u_i , μ_i и f_i - скорость фильтрации, вязкость и относительная проницаемость i -й фазы; G - предельный градиент давления нефти ($G = \text{const}$);

α - величина адсорбции примеси на породу; S - насыщенность пористой среды вытесняющей жидкостью, C - концентрация примеси в вытесняющей фазе. Тогда с учетом сделанных предположений законы фильтрации, уравнения неразрывности фаз и закон сохранения массы примеси [1,3] могут быть записаны в виде:

$$u_1 = -\frac{k f_1}{\mu_1} \Psi_1 \frac{\partial P}{\partial x}, \quad u_2 = -\frac{k f_2}{\mu_2} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (1)$$

$$m \frac{\partial S}{\partial t} - \frac{\partial u_1}{\partial x} = 0, \quad m \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial u_2}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

$$m \frac{\partial}{\partial t} \left(S C + \frac{\alpha}{m} \right) + \frac{\partial}{\partial x} (C u_2) = 0, \quad (3)$$

где $\Psi_1 = 1 - G/P_x$, если $P_x > G$; $\Psi_1 = 0$, если $P_x \leq G$.
 $P_x = |\partial P / \partial x|$.

Из уравнений неразрывности (2) следует, что суммарная скорость фильтрации $U = u_1 + u_2$ не зависит от координаты x , а является функцией только времени t . Пусть величина U задана, положительна и постоянна. Тогда из закона фильтрации вытесняемой фазы (1) следует, что условие застывания нефти $P_x \leq G$ может быть преобразовано к виду

$$f_2 \geq \infty, \quad (4)$$

где $\infty = (\bar{\pi}_\mu)^{-1}$, $\bar{\pi} = k G (u_1 \mu_1)^{-1}$, $\mu = \mu_1 \cdot \mu_2^{-1}$.

С учетом условия (4), из (1) - (3), для определения насыщенности S и концентрации C , нетрудно получить следующую систему уравнений:

$$m \frac{\partial s}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0, \quad (5)$$

$$m \frac{\partial}{\partial t} \left(sc + \frac{\alpha}{m} \right) + u \frac{\partial}{\partial x} (\phi c) = 0, \quad (6)$$

где $\Phi = I$ при $f_2 \geq \infty$, $\phi = \psi$ при $f_2 \leq \infty$, $\psi = F(1 + \sqrt{r} f_1)$, $F = \mu f_2 (f_1 + \mu f_2)^{-1}$.

Если нефть ньютоновская, то $\phi \equiv F$ и система (5), (6) совпадает с рассмотренной в [1]. Функция F монотонно возрастает и имеет точку перегиба. При $G \neq 0$, как будет показано ниже, на интервале $0 < \phi < 1$ ϕ также монотонно возрастает, причем в зависимости от \sqrt{r} и μ может иметь или не иметь точку перегиба. Поэтому ясно, что решение задачи (5), (6) с соответствующими начальными и граничными условиями может быть построено по аналогии с [1], но его структура из-за возможности застывания нефти (сравни, например, с [3]) будет сложнее, чем в случае, когда нефть - ньютоновская. Используя методы, изложенные в [1] и [2], для системы (5), (6) можно построить решения задач вытеснения и довытеснения остаточной нефти растворами примеси, закачиваемой постоянно или оторочкой. Особенности применения указанных методов в рассматриваемом случае, когда нефть является вязкопластической, одинаковы в каждой из упомянутых задач. Для их иллюстрации приведем алгоритм решения задачи вытеснения нефти активной примесью, закачиваемой постоянно для случая, когда примесь снижает поверхностное натяжение, $\partial F / \partial c < 0$ и адсорбция описывается выпуклой изотермой $\alpha = \alpha(c)$, $\alpha'' < 0$.

Пусть в начальный момент $t = 0$ $s(x, 0) = s_0 = \text{const}$, $c(x, 0) = 0$, на входе $x = 0$ скорость фильтрации нефти $u_1 = 0$, а скорость водной фазы $u_2 = u = \text{const}$ и концентрация примеси $c(0, t) = c^0 = \text{const}$.

При сделанных предположениях естественно искать решение вида

$$s = S(\xi), \quad c = C(\xi), \quad \xi = mx(ut)^{-1} \quad (7)$$

соответственно для системы -

$$\int \frac{ds}{d\xi} = \frac{d\phi}{d\xi}, \quad (8)$$

$$\int \frac{d(sc + \frac{\alpha}{m})}{d\xi} = \frac{d(\phi c)}{d\xi}, \quad (9)$$

с условиями -

$$c = c^0, \quad s = s^*(c^0), \quad \xi = 0; \quad (10)$$

$$c = 0, \quad s = s_0, \quad \xi \rightarrow \infty, \quad (II)$$

где $I - S^*$ - остаточная нефтенасыщенность.

Задача (8)-(II), как и исходная для системы уравнений в частных производных, вообще говоря, не имеет непрерывных решений и следует строить разрывные. Соотношения на скачках (сравни с [1]) после перехода к автомодельной переменной и несложных преобразований могут быть записаны в виде

$$\xi_c = \frac{\phi^- - \phi^+}{s^- - s^+}, \quad \xi_c = \frac{\phi^+}{s^+ + s_a}, \quad (I2)$$

где индексы "+" и "-" обозначают функции перед и за скачком, соответственно, $s_a = (\alpha^- - \alpha^+) \cdot [m(c^- - c^+)]^{-1}$.

Поскольку $\alpha'' < 0$, можно доказать, что решение является кусочно-постоянным:

$$c(\xi) = c^0, \quad 0 \leq \xi \leq \xi_1; \quad (I3)$$

$$c(\xi) = 0, \quad \xi > \xi_1,$$

где ξ_1 - координата сопряженного скачка, на котором должны выполняться условия (I2). Тогда задача сводится к построению решения уравнения (8) в областях, где $c = c^0$ и $c = 0$. Вообще говоря, можно построить бесконечно много решений задачи (8) -

- (II), но, согласно [I], существует единственное устойчивое, которое и приводится ниже.

Опишем основные этапы построения решения.

А. Определение насыщенности застывания $S_3(c^{\circ})$.

Решается уравнение

$$f_2(s, c^{\circ}) = \partial\phi(s, c^{\circ}) / \partial s. \quad (14)$$

Пусть s^t — корень этого уравнения. Если $s^t < s^*(c^{\circ})$, значение $S_3 = S^t$ — насыщенность застывания, а $1 - S_3$ является неуменьшаемой при данном режиме вытеснения величиной нефтенасыщенности. Координата ξ_3 , для которой $s = S_3$, в этом случае, очевидно, больше нуля. При $s^t > s^*(c^{\circ})$ застывания нефти не происходит, и полагаем $\xi_3 = 0$, $S_3 = s^*(c^{\circ})$. Режим вытеснения, когда

$\xi_3 = 0$, условимся называть режимом вытеснения без застывания.

Б. Расчет координаты сопряженного скачка насыщенности за и перед ним, а также ξ_3 , если $\xi_3 > 0$.

Решается трансцендентное уравнение

$$\frac{\partial\psi(s, c^{\circ})}{\partial s} = \frac{\psi(s, c^{\circ})}{s + S_a}. \quad (15)$$

Если учесть характерный вид функции $\psi(s, c^{\circ})$, то, очевидно, корень уравнения (15) $s^2 < s^*(c^{\circ})$. Если $\xi_3 = 0$, корень $s^2 = S_1$ — значение насыщенности за сопряженным скачком. При $\xi_3 > 0$ возможны два случая: $s^2 < S_3$ и $s^2 > S_3$. Если $s^2 > S_3$, полагаем $S_1 = S_3$ и такой режим вытеснения по аналогии с [3] назовем поршневым. Для координат в этом случае имеем: $\xi_1 = \xi_3 = \psi(S_3, c^{\circ}) / (S_3 + S_a)$.

При $s^2 < S_3 - S_1 = S^2$, а такой режим вытеснения назовем режимом вытеснения с застыванием, $\xi_1 = \phi(S_1, c^{\circ}) / (S_1 + S_a)$ и из (8) $\xi_3 = \partial\phi(S_3, c^{\circ}) / \partial s$ (очевидно, что $\xi_3 < \xi_1$).

С учетом найденных ξ_1 , S_1 решаем уравнение

$$\xi_1 = \frac{\phi(S_1, c^{\circ}) - \phi(s, 0)}{S_1 - s}, \quad (16)$$

откуда находим $s = S_1^+$ — значение насыщенности перед сопряженным скачком.

В. Вычисление положения переднего скачка насыщенности ξ_2 и значения насыщенности S_2^- за ним.

Решается уравнение

$$\frac{\partial\phi(s, 0)}{\partial s} = \frac{\phi(s, 0) - \phi(s_0, 0)}{s - s_0}. \quad (17)$$

Пусть s_c — корень этого уравнения, $\xi_c = \partial\phi(s_c, 0) / \partial s$. Если $s_c \geq s^t$, принимаем $S_2^- = s^t$, $\xi_2 = [\phi(s_2^-, 0) - \phi(s_0, 0)] / (s_2^- - s_0)$, $\xi_2 = \xi_2'$. При $s_c < s^t$, $S_2^- = s_c$, $\xi_2 = \xi_c$, $\xi_2' = \partial\phi(s^t, 0) / \partial s$. Очевидно, что $\xi_2' < \xi_2$.

После определения насыщенности застывания и ее координаты, положений скачков и параметров перед и за ним, исходя из уравнения (8), так как концентрация примеси в каждой из выделенных областей постоянна, имеем для насыщенности:

$$\xi = \frac{\partial\phi(s, c)}{\partial s}, \quad (18)$$

где $c = c^{\circ}$ либо $c = 0$, и, следовательно, интегрируя (18), получаем $s = s(\xi)$.

Итак, решение определяется следующим образом:

$$c(\xi) = c^{\circ}, \quad s(\xi) = S_3, \quad 0 \leq \xi \leq \xi_3;$$

$$c(\xi) = c^{\circ}, \quad s = s(\xi), \quad (S_1 \leq s \leq S_3), \quad \xi_3 \leq \xi \leq \xi_1;$$

$$c(\xi) = 0, \quad s = S_1^+, \quad \xi_1 < \xi \leq \xi_2'; \quad (I9)$$

$$c(\xi) = 0, \quad s = s(\xi), \quad (s_c \leq s \leq S_2^-), \quad \xi_2' \leq \xi \leq \xi_2;$$

$$c(\xi) = 0, \quad s = s_0, \quad \xi > \xi_2.$$

Для иллюстрации описанного решения рассмотрим случай вытеснения вязкопластичной нефти водным раствором с примесью, снижающей поверхностное натяжение. Результаты лабораторного исследо-

вания подобного процесса вытеснения приведены в [4]. Предположим, что адсорбция примеси описывается изотермой Ленгмюра, насыщенность связанной воды S_* при добавлении примеси не меняется, вязкость вытесняемой нефти постоянна; относительные фазовые проницаемости, вязкость водной фазы и остаточная нефтенасыщенность определяются по аналогии с [5]: вязкость водной фазы зависит от концентрации примеси, а остаточная нефтенасыщенность $1-S^*(c)$ от концентрации C и суммарной скорости фильтрации u .

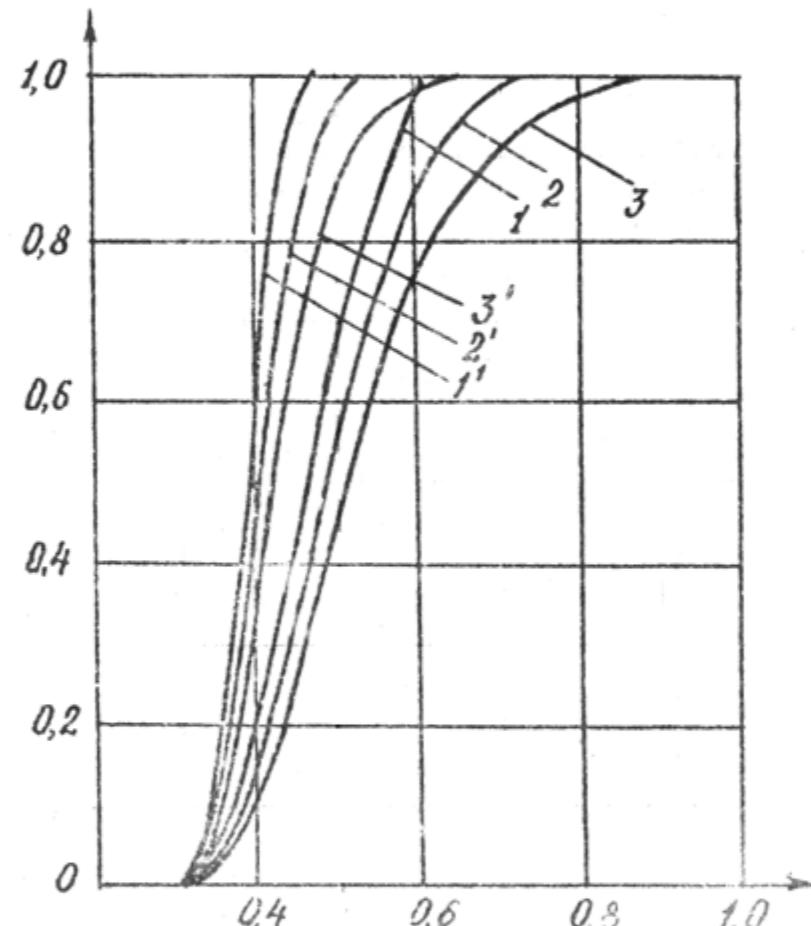


Рис. I

В табл. I приведены характеризующие решение величины, определенные по описанному алгоритму. Дополнительно рассчитаны величины нефтеотдачи для двух моментов времени. Условно выделена длина образца и определены: β_1 — коэффициент нефтеотдачи к моменту прорыва вытесняющей жидкости в выделенное сечение (момент подхода переднего скачка), β_2 — коэффициент нефтеотдачи к моменту подхода к выбранному сечению фронта примеси (момент подхода сопряженного скачка). Таблица иллюстрирует зависимость ха-

теристик моделируемого процесса вытеснения от задаваемой суммарной скорости фильтрации u (в м/с), когда $C^0 = 0,05\%$, $\mu_2 = 20 \cdot 10^{-3}$ Па·с, $\mu_1(0) = 10^{-3}$ Па·с, $S_* = 0,3$, $k = 4 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$, $G = 5 \cdot 10^3$ Па/м, $S_a = 0,2$.

На рис. I для данных решений приведены зависимости $\Phi(S, C^0)$ и $\Phi(S, 0)$. Кривые нумеруются следующим образом: 1, 2, 3 — кривые $\Phi(S, C^0)$ при $\bar{\tau}_t = 2, 1$ и $0,1$; 1', 2', 3' — кривые $\Phi(S, 0)$ при тех же значениях $\bar{\tau}_t$. Соответствующие решения показаны на рис. 2. Как следует из графиков, при $\bar{\tau}_t = 2$ имеет место поршневой режим вытеснения, при $\bar{\tau}_t = 1$ — режим вытеснения с застыванием, при $\bar{\tau}_t = 0,1$ — режим вытеснения без застывания.

Таблица I
Результаты решения задачи вытеснения вязкопластичной нефти

u	10^{-7}	$5 \cdot 10^{-7}$	10^{-6}	$2 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-6}$	10^{-5}
$S^*(c^0)$	0,8688	0,9621	0,9887	1,0	1,0	1,0
$\bar{\tau}_t$	10	2	1	0,5	0,2	0,1
$S_3(c^0)$	0,4414	0,6162	0,7472	0,9324	-	-
ξ_3	1,5590	1,2251	0,2585	0,0072	0,0	0,0
S_1	$S_3(c^0)$	$S_3(c^0)$	0,6567	0,6791	0,6951	0,7009
ξ_1	ξ_3	ξ_3	1,1019	1,0459	1,0168	1,0080
$S_3(0)$	0,3707	0,4581	0,5236	0,6162	-	-
S_1^+	0,3655	0,4163	0,4289	0,4379	0,4445	0,4470
ξ_2	13,459	6,4895	5,3732	4,8401	4,5346	4,4362
β_1	0,1061	0,2201	0,2659	0,2952	0,3150	0,3220
β_2	0,2021	0,4521	0,5827	0,6512	0,6908	0,7030

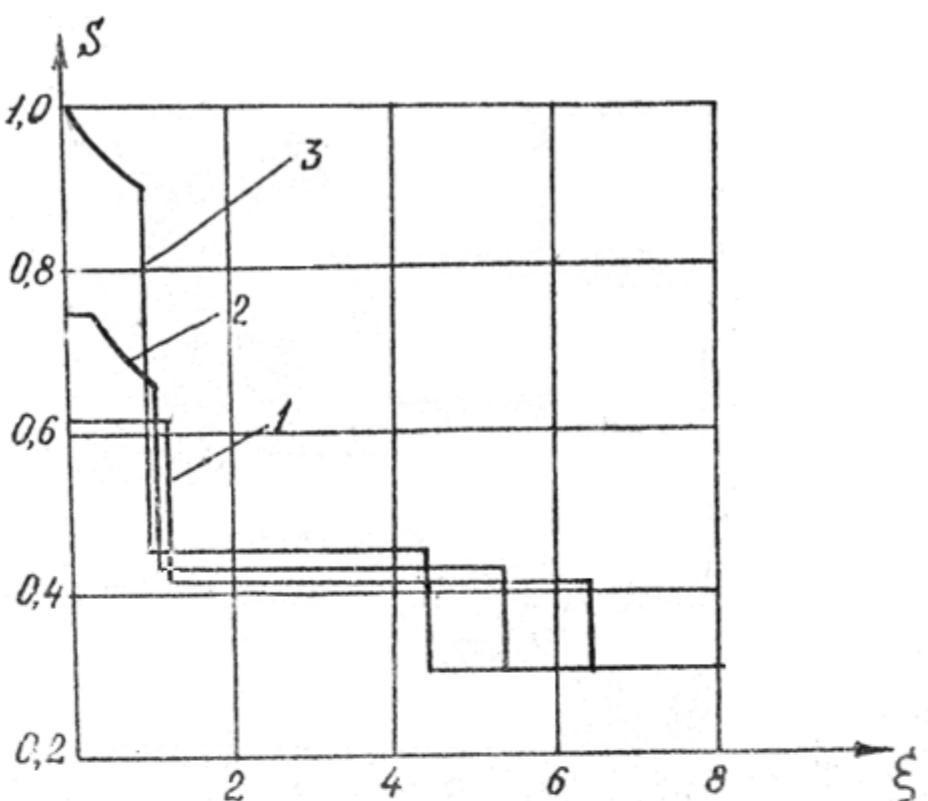


Рис. 2

Литература

1. Ентов В.М. Физико-химическая гидродинамика процессов в пористых средах. (Математические модели методов повышения нефтеотдачи пластов). - Препринт ИПМ АН СССР № 161, 1980.
2. Бедриковецкий П.Г. Вытеснение нефти оторочкой активной примеси, продвигаемой по пласту водой. - Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа, 1982, № 3, с. 102-III.
3. Алишаев М.Г. Одномерное несмешивающееся вытеснение нефьютоновской жидкости водой. - В кн.: Численные методы решения задач фильтрации несжимаемой жидкости. Новосибирск, 1975, с. 38-50.
4. Девликамов В.В., Кабиров М.И., Султанов В.Г., Шамаев Г.А. Особенности вытеснения аномальной нефти водными растворами ПАВ при малых градиентах давления. - Изв. вузов. Нефть и газ, 1981, № 7, с. 23-26.
5. Таранчук Е.Б. Эффективный метод численного моделирования процесса мицеллярного вытеснения остаточной нефти. - В кн: Динамика многофазных сред. Новосибирск, 1981, с. 285-290.

УДК 519.87:622.276.652

А.А.Буйкис (Латвийский государственный университет).

МЕТОД ОСРЕДНЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ МНОГОСЛОЙНЫХ НЕФТЯНЫХ ПЛАСТОВ

Математическое моделирование процесса неизотермического вытеснения нефти водой из слоистого пласта является сложной задачей, которая в достаточно полной постановке на сегодняшний день не может считаться решенной. В слоистом пласте взаимное тепловое влияние отдельных гидродинамически разделенных пропластков наиболее полно проявляется при их непосредственном соприкосновении между собой. Задача математического моделирования процесса заvodнения многослойного нефтяного пласта представляет собой систему одномерных или двумерных уравнений (одномерных при плоскопараллельном или плоскорадиальном движении жидкостей в отдельных пропластках) насыщенности и давления в каждом из пропластков и двумерного (или трехмерного) уравнения теплопереноса для всей системы пропластков и окружающих их пород. При обычно принятых на сегодня предположениях см., например, [1], [2]) влияние полей насыщенности и давления на температурное поле проявляется лишь в возмущении коэффициентов для уравнений теплопереноса и, возможно, в появлении членов, которые можно трактовать как внешние источники. Это позволяет исследовать задачу вычисления температурного поля независимо от задач нахождения полей насыщенности и давления.

Как уже отмечалось, обычно значения размерностей области определения задачи вычисления температурного поля больше соответствующих величин для поля насыщенности и давления. Поэтому весьма часто (точнее, почти всегда) при постановке задач вытеснения из нефтяных пластов сразу, в явном виде проводят осреднение (иногда это делается в неявном виде уже при дискретизации для численного решения). Осреднение осуществляется по мощности продуктивных пропластков и (или) по мощности перемычек. Наиболее часто предполагают постоянство температуры по мощности пропластков (это предположение для однослойного пласта принято почти всходу в монографии [1]) или линейность температуры по мощности перемычек (этот случай достаточно подробно рассмотрен в [2]).

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ СССР
МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
и ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНСТИТУТ НЕФТЕХИМИЧЕСКОЙ И ГАЗОВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ
имени И.М. ГУБКИНА

Труды

Выпуск 181

**ФИЗИКО - ХИМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
ПОВЫШЕНИЯ НЕФТЕОТДАЧИ ПЛАСТОВ**

УДК 622.276.344

Настоящий сборник отражает результаты выполненных сотрудниками МИНХ и ГП им. И.М.Губкина и других учебных и научных организаций страны (ИПМ АН СССР, ВНИИнефть, ВНИИБТ, БГУ им. В.И.Ленина) теоретических и экспериментальных исследований различных физико-химических методов повышения нефтеотдачи пластов.

Сборник условно разделяется на 2 части:

I. Модели фильтрации и математические вопросы, связанные с постановкой задач вытеснения нефти с помощью различных физико-химических методов повышения нефтеотдачи пластов.

2. Численные методы решения задач подземной термогидродинамики.

Основные результаты указанных исследований внедряются или же предполагаются к внедрению в практику проектирования разработки нефтяных месторождений с использованием различных физико-химических методов повышения нефтеотдачи пластов.

Сборник предназначен для научных сотрудников, аспирантов и инженерно-технических работников, занимающихся вопросами разработки и эксплуатации нефтяных месторождений с применением различных методов повышения нефтеотдачи пластов, а также для специалистов в области численного моделирования процессов многофазной фильтрации в пористых средах.

Редакционная коллегия:

Проф. Кичигин А.В. (отв. редактор), проф. Гиматудинов Ш.К.,
с.и.с. Еноков В.И.



Московский институт нефтехимической и газовой промышленности им. И.М.Губкина, 1985 г.