утверждения о сходимости алгоритмов с указанием их точности относительно количества доступных измерению реализаций, приводятся численные примеры.

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы фундаментальных научных исследований УрО РАН, проект № 15-16-1-8.

Литература

1. Красовский Н. Н. *Управление динамической системой. Задача о минимуме гарантированного результата.* М.: Наука, 1985.

2. Пугачев В. С., Синицын И. Н. *Стохастические дифференциальные системы.* М.: Наука, 1990.

3. Osipov Yu. S., Kryazhimskii A. V. *Inverse problems for ordinary differential equations: dynamical solutions.* London: Gordon and Breach, 1995.

4. Кряжимский А. В., Осипов Ю. С. *О разрешимости задач гарантирующего управления для частично наблюдаемых линейных динамических систем* // Тр. МИАН. 2012. Т. 277. С. 152–167.

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПРОЕКЦИОННЫХ МЕТОДОВ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ И ГАЛЕРКИНА ДЛЯ РЕШЕНИЯ СТОХАСТИЧЕСКОГО ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА

Е.В. Серегина[1], М.А. Степович[2,3], А.М. Макаренков[1]

[1] Калужский филиал Московского государственного технического ун-та им. Н.Э. Баумана, Калуга, Россия
evfs@yandex.ru, amm2005@rambler.ru
[2] Калужский государственный университет им. К.Э. Циолковского, Калуга, Россия
[3] Ивановский филиал Российского экономического университета им. Г.В. Плеханова, Иваново, Россия
m.stepovich@rambler.ru

Изложены результаты использования модифицированных проекционных методов наименьших квадратов (МНК) и Галеркина для решения стохастического обыкновенного дифференциального уравнения тепломассопереноса. Расчеты проведены для диффузии неосновных носителей заряда (ННЗ), генерированных широким электронным пучком в однородном полупроводниковом материале.

Рассмотрено дифференциальное уравнение

$$D\,\frac{d^2\Delta p(z)}{dz^2}-\frac{\Delta p(z)}{\tau}=-\rho(z) \tag{1}$$

с граничными условиями

$$D\,\frac{d\Delta p(z)}{dz}|_{z=0}=v_s\Delta p(0),\quad \Delta p(\infty)=0. \tag{2}$$

Здесь функция $\Delta p(z)$ описывает искомое распределение ННЗ по глубине в мишени в результате их диффузии; z — координата, отсчитываемая от плоской поверхности в глубь полупроводника; D, τ и v_s — случайные коэффициенты диффузии, время жизни и скорость поверхностной рекомбинации ННЗ соответственно; $\rho(z)$ — число ННЗ, генерированных вследствие внешнего воздействия в единицу времени в тонком слое мишени на глубине z [1, 2]. Для нахождения приближенного решения уравнения (1), (2) посредством реализации проекционного МНК, основанного на теории матричных операторов [3], был выбран базис из модифицированных функций Лагерра с параметром, ускоряющим сходимость ряда (см. [4–6]). При выполнении расчетов на персональной ЭВМ для параметров, характерных для широкого класса полупроводниковых материалов, удерживалось 12 членов в разложении функции $\Delta p(z)$ по базису из модифицированных функций Лагерра, что оказалось достаточным для получения приближенного решения с точностью, достаточной для проведения практических расчетов. В то же время затраты машинного времени на расчет распределений ННЗ по глубине с использованием модифицированного МНК были порядка единиц секунд, а метода Галеркина — на один-полтора порядка больше — это позволяет говорить, что для рассмотренной задачи наибольшей вычислительной эффективностью обладает модифицированный МНК.

Исследования проведены при частичной финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (базовая часть государственного задания № 340/2015, проект № 1416), Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 13-03-00903), а также РФФИ и правительства Калужской области (проект № 14-42-03062).

Литература

1. Михеев Н. Н., Никоноров И. М., Петров В. И., Степович М. А. *Определение электрофизических параметров полупроводников в растровом электронном микроскопе методами наведенного тока и катодолюминесценции* // Изв. АН СССР. Сер. физическая. 1990. Т. 54, № 2. С. 274–280.

2. Степович М. А. *К оптимизации измерений диффузионной длины прямозонных полупроводниковых материалов катодолюминесцентным методом* // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2000. № 5. С. 69–74.

3. Лапин С. В., Егупов Н. Д. *Теория матричных операторов и ее приложение к задачам автоматического управления.* М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1997. 496 с.

4. Серегина Е. В., Степович М. А., Макаренков А. М. *Модифицированная проекционная схема метода наименьших квадратов для моделирования концентрации неосновных носителей заряда в полупроводниковых материалах* // Успехи прикладной физики. 2013. Т. 1, № 3. С. 354–358.

5. Серегина Е. В., Степович М. А., Макаренков А. М. *Модифицированная модель диффузии неосновных носителей заряда в полупроводниковых материалах* // Успехи прикладной физики. 2013. Т. 1, № 5. С. 544–547.

6. Серегина Е. В., Степович М. А., Макаренков А. М. *О модифицированной проекционной схеме метода наименьших квадратов для моделирования распределения неосновных носителей заряда, генерированных электронным пучком в однородном полупроводниковом материале* // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2013. № 11. С. 65–69.

О ЛОКАЛИЗАЦИИ НУЛЕЙ РЕШЕНИЙ НЕКОТОРЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

А.П. Старовойтов, Е.П. Кечко

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, математический факультет, Гомель, Беларусь
svoitov@gsu.by, ekechko@gmail.com

Для заданного натурального числа k рассмотрим произвольный фиксированный набор $\{\lambda_p\}_{p=0}^k$ различных комплексных и произвольный набор $\{n_p\}_{p=0}^k$ целых неотрицательных чисел.

Аппроксимациями Эрмита — Паде I типа (Latin type) системы экспонент $\{e^{\lambda_p z}\}_{p=0}^k$ называют многочлены $A_{n_p}^p(z)$, $\deg A_{n_p}^p \leqslant n_p - 1$, $p = 0, 1, \ldots, k$, хотя бы один из которых тождественно не равен нулю, удовлетворяющие условию

$$\sum_{p=0}^{k} A_{n_p}^p e^{\lambda_p z} = O(z^{n_0+n_1+\ldots+n_k-1}), \quad z \to 0.$$

Если $n_0 = n_1 = \ldots = n_k = n$, то элементы множества $\{A_n^p(z)\}_{p=0}^k$ называют *диагональными аппроксимациями Эрмита — Паде I типа* системы экспонент $\{e^{\lambda_p z}\}_{p=0}^k$.