Решение системы (1) при $d = e = f = -0.5$ будем искать в виде

$$x = x_0 + \epsilon x_1 + \epsilon^2 x_2 + \ldots, \quad y = y_0 + \epsilon y_1 + \epsilon^2 y_2 + \ldots, \quad z = z_0 + \epsilon z_1 + \epsilon^2 z_2 + \ldots,$$

где, с учетом полученных ранее результатов, $s = -4$, $\alpha = \beta = \gamma$, $x_0 = \alpha t^4$, $y_0 = \alpha t^4$, $z_0 = \alpha t^4$. Подставляя данные решения в систему (1) при $d = e = f = -0.5$, для компонент x_1, y_1, z_1 находим

$$12\alpha t^2(2x_1 + y_1 + z_1) + 4\alpha t^4 \ddot{x}_1 = (4\alpha t^3 + V)(\dot{x}_1 + \dot{y}_1 + \dot{z}_1) + (12\alpha t^3 - V)\dot{x}_1,$$

$$12\alpha t^2(x_1 + 2y_1 + z_1) + 4\alpha t^4 \ddot{y}_1 = (4\alpha t^3 + V)(\dot{x}_1 + \dot{y}_1 + \dot{z}_1) + (12\alpha t^3 - V)\dot{y}_1,$$

$$12\alpha t^2(x_1 + y_1 + 2z_1) + 4\alpha t^4 \ddot{z}_1 = (4\alpha t^3 + V)(\dot{x}_1 + \dot{y}_1 + \dot{z}_1) + (12\alpha t^3 - V)\dot{z}_1.$$

Из последней системы, после введения замены $x_1 + y_1 + z_1 = u$, находим уравнение вида

$$u'' = \left(\frac{6}{t} + \frac{V}{2\alpha t^4}\right)u' - \frac{12}{t^2}u.$$

Согласно [4] точка $t = 0$ не является регулярной для функции u, значит, $t = 0$ является существенно особой точкой, т. е. функция u не является мероморфной. Следовательно, хотя бы одна из функций x_1, y_1, z_1 не является мероморфной, откуда делаем вывод, что не все решения системы (1) в случае $d = e = f = -0.5$ являются мероморфными функциями.

Литература

1. Сазонова А. Т. *О результатах исследования упрощенных систем в задаче движения четырех тел в плоскости* // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2015. № 3. С. 24–31.

2. Сазонова А. Т. *Аналитические свойства решений систем в задаче движения четырех тел в плоскости* // Проблемы физики, математики, техники. 2015. № 3 (24). С. 66–69.

3. Сазонова А. Т. *О некоторых случаях в задаче движения четырех тел в плоскости тел* // Весн. Весн. Гродненскага дзярж. ун-та. Сер. 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. 2015. № 3 (199). С. 27–37.

4. Смирнов В. И. *Курс высшей математики.* Т. 3. Ч. 2. М.: Наука, 1974.

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ И ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ПЕРВОГО РОДА С НОРМИРОВАННОЙ ФУНКЦИЕЙ БЕССЕЛЯ В ЯДРЕ

О.В. Скоромник

Полоцкий государственный университет, Новополоцк, Беларусь
skoromnik @gmail.com

Рассматривается интегральное уравнение:

$$(\mathrm{A}^{c,\lambda}_{\sigma,\omega,\delta}\varphi)(x) \equiv x^{\sigma} \int_0^x \frac{(x^{\delta} - t^{\delta})^{c-1}}{\Gamma(c)} \bar{J}_{(\alpha-1)/2}(\lambda(x^{\delta} - t^{\delta}))t^{\omega}\varphi(t)\,dt = f(x), \quad x > 0, \qquad (1)$$

содержащее нормированную функцию Бесселя $\bar{J}(z)$ [1, формула (37.8)] в ядре; $\sigma, \omega \in \mathbb{R}$, $\delta > 0$, $\lambda > 0$. Работа посвящена исследованию интегрального преобразования в левой части (1) и решению уравнения (1) в весовом пространстве $\mathfrak{L}_{\nu,r}$ измеримых по Лебегу, вообще говоря, комплекснозначных функций f на $\mathbb{R}_+$, для которых $\|f\|_{\nu,r} < \infty$, где [2, 3]

$$\|f\|_{\nu,r} = \left(\int_0^{\infty} |t^{\nu} f(t)|^r \frac{dt}{t}\right)^{1/r} \quad (1 \leqslant r < \infty, \quad \nu \in \mathbb{R}). \qquad (2)$$

Для оператора $\mathrm{A}^{c,\lambda}_{\sigma,\omega,\delta}$ получено композиционное разложение:

$$\mathrm{A}^{c,\lambda}_{\sigma,\omega,\delta}\varphi(x) = \frac{1}{\delta} M_\sigma N_\delta \mathrm{A}^{c,\lambda}_{0+} M_{(\omega+1)/\delta-1} N_{1/\delta}\varphi(x), \tag{3}$$

где $\mathrm{A}^{c,\lambda}_{0+}$ — оператор преобразования вида [1, формула (37.2)]

$$(\mathrm{A}^{c,\lambda}_{0+}\varphi)(x) = \int\limits_0^x \frac{(x-t)^{c-1}}{\Gamma(c)}\, \bar{J}_{(\alpha-1)/2}(\lambda(x-t))\varphi(t)\, dt,$$

M_ξ, N_a — элементарные операторы [2, 3], определяемые для функции f почти всюду в $\mathbb{R}_+$ следующим образом:

$$(M_\xi f)(x) = x^\xi f(x) \quad (\xi \in C), \quad (N_a f)(x) = f(x^a) \quad (a \in \mathbb{R}, \quad a \neq 0).$$

Устанавливаются условия ограниченности оператора $\mathrm{A}^{c,\lambda}_{\sigma,\omega,\delta}$, стоящего в левой части (1), и справедливость представления (3) в весовом пространстве (2).

На основании этого и [2, лемма 1] получено следующее представление решения уравнения (1):

$$\varphi(x) = \delta N_\delta M_{1-(\omega+1)/\delta} \mathrm{A}^{-c,\lambda}_{0+} N_{1/\delta} M_{-\sigma} f(x). \tag{4}$$

Доказаваются необходимые и достаточные условия разрешимости уравнения (1) в пространстве (2) и справедливость представления (4).

Литература

1. Самко С. Г., Килбас А. А., Маричев О. И. *Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения.* Мн.: Наука и техника, 1987.

2. Килбас А. А., Щетникович Е. К. *Обобщенное H -преобразование в весовых пространствах суммируемых функций* // Весцi НАН Беларусi. Сер. фiз.-мат. навук. 2004. №2. С. 14–19.

3. Kilbas A. A, Saigo M. H. *H -Transforms. Theory and Applications.* London[ect.]: Chapman and Hall. CRC Press, 2004. 401 p.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, АССОЦИИРОВАННОЙ С МОДЕЛЬЮ СЛУЧАЙНО-МАТРИЧНОГО ТИПА

В.В. Цегельник

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь
tsegvv@bsuir.by

В работе [1], посвященной исследованию модели случайно-матричного типа с ядром Лагерра, получена система нелинейных дифференциальных уравнений

$$sq' = \left(\frac{1}{2}s - \frac{\alpha}{2} - N\right)q + (\sqrt{N(N+\alpha)} + u)p, \quad u' = q^2, \tag{1}$$

$$sp' = -(\sqrt{N(N+\alpha)} - w)q - \left(\frac{1}{2}s - \frac{\alpha}{2} - N\right)p, \quad w' = p^2 \tag{2}$$

с неизвестными функциями q, u, p, w независимой переменной s и параметрами α, N.

Используя метод резонансов (формальный тест Пенлеве) [2, 3] доказана