Литература

1. *История математики с древнейших времен до начала XIX столетия.* Т.3., (под ред. А. П. Юшкевича). М.: Наука, 1972. С. 377.
2. Марков А. А. *Избранные труды по теории непрерывных дробей и теории функций наименее уклоняющихся от нуля.* М.–Л.: ОГИЗ, ГИТТЛ, 1948.

ОБ ОДНОМ СЛУЧАЕ В ЗАДАЧЕ ДВИЖЕНИЯ ЧЕТЫРЕХ ТЕЛ В ПЛОСКОСТИ

А.Т. Сазонова, Т.Н. Ванькова

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь
{sazonova, vankova_tn}@grsu.by

В работах [1–3] рассмотрена проблематика движения многих тел в разрезе плоской задачи движения четырех тел. Найдены необходимые условия для того, чтобы общее решение соответствующих им систем было мероморфной функцией, которые включают 142 набора констант взаимодействия. Важно рассмотреть каждый из наборов и изучить аналитические свойства соответствующих систем. В данной работе рассмотрим случай, когда три константы взаимодействия обращаются в нуль, а три оставшиеся принимают значение, равное 0.5.

Рассматривается система трех дифференциальных уравнений, связанных с плоской задачей четырех тел

$$\ddot{x} = -2d\frac{(\dot{x}+V)(\dot{x}+\dot{y}+\dot{z}-V)}{2x+y+z},$$
$$\ddot{y} = -2e\frac{(\dot{y}+V)(\dot{x}+\dot{y}+\dot{z}-V)}{x+2y+z},$$
$$\ddot{z} = -2f\frac{(\dot{z}+V)(\dot{x}+\dot{y}+\dot{z}-V)}{x+y+2z}. \tag{1}$$

Наряду с исходной системой (1) будем рассматривать упрощенную систему, полученную путем замены (t,x,y,z) на $(\epsilon t,\epsilon x,\epsilon y,\epsilon z)$, ϵ — параметр, в системе (1)

$$\ddot{x} = -2d\frac{\dot{x}(\dot{x}+\dot{y}+\dot{z})}{2x+y+z},\quad \ddot{y} = -2e\frac{\dot{y}(\dot{x}+\dot{y}+\dot{z})}{x+2y+z},\quad \ddot{z} = -2f\frac{\dot{z}(\dot{x}+\dot{y}+\dot{z})}{x+y+2z}. \tag{2}$$

При подстановке в (2) $x=\alpha t^{-s}$, $y=\beta t^{-s}$, $z=\gamma t^{-s}$ находим $s=-1$, $s=-2/(2+d+ +e+f)$, а коэффициенты α,β,γ удовлетворяют системе линейных однородных уравнений

$$2(s+1+ds)\alpha+(s+1+2ds)\beta+(s+1+2ds)\gamma=0,$$
$$(s+1+2es)\alpha+2(s+1+es)\beta+(s+1+2es)\gamma=0,$$
$$(s+1+2fs)\alpha+(s+1+2fs)\beta+2(s+1+fs)\gamma=0,$$

где $d,e,f\in\{-2,-1.5,-1,-0.5,0\}$.

Таким образом, решение системы (2) будем искать в виде

$$x=\alpha t^{-s}+\ldots+h_1t^{r-s}+\ldots,\quad y=\beta t^{-s}+\ldots+h_2t^{r-s}+\ldots,\quad z=\gamma t^{-s}+\ldots+h_3t^{r-s}+\ldots$$

Тогда для набора значений $d=e=f=-0.5$ и соответствующего ему значения $s=-4$, $\alpha=\beta=\gamma$ будем иметь следующие резонансы: $r_1=0$, $r_2=-1$, $r_3=-1$, $r_4=-1$, $r_5=-3$, $r_6=-3$.

Решение системы (1) при $d = e = f = -0.5$ будем искать в виде

$$x = x_0 + \epsilon x_1 + \epsilon^2 x_2 + \ldots, \quad y = y_0 + \epsilon y_1 + \epsilon^2 y_2 + \ldots, \quad z = z_0 + \epsilon z_1 + \epsilon^2 z_2 + \ldots,$$

где, с учетом полученных ранее результатов, $s = -4$, $\alpha = \beta = \gamma$, $x_0 = \alpha t^4$, $y_0 = \alpha t^4$, $z_0 = \alpha t^4$. Подставляя данные решения в систему (1) при $d = e = f = -0.5$, для компонент x_1, y_1, z_1 находим

$$12\alpha t^2(2x_1 + y_1 + z_1) + 4\alpha t^4 \ddot{x}_1 = (4\alpha t^3 + V)(\dot{x}_1 + \dot{y}_1 + \dot{z}_1) + (12\alpha t^3 - V)\dot{x}_1,$$

$$12\alpha t^2(x_1 + 2y_1 + z_1) + 4\alpha t^4 \ddot{y}_1 = (4\alpha t^3 + V)(\dot{x}_1 + \dot{y}_1 + \dot{z}_1) + (12\alpha t^3 - V)\dot{y}_1,$$

$$12\alpha t^2(x_1 + y_1 + 2z_1) + 4\alpha t^4 \ddot{z}_1 = (4\alpha t^3 + V)(\dot{x}_1 + \dot{y}_1 + \dot{z}_1) + (12\alpha t^3 - V)\dot{z}_1.$$

Из последней системы, после введения замены $x_1 + y_1 + z_1 = u$, находим уравнение вида

$$u'' = \left(\frac{6}{t} + \frac{V}{2\alpha t^4}\right)u' - \frac{12}{t^2}u.$$

Согласно [4] точка $t = 0$ не является регулярной для функции u, значит, $t = 0$ является существенно особой точкой, т. е. функция u не является мероморфной. Следовательно, хотя бы одна из функций x_1, y_1, z_1 не является мероморфной, откуда делаем вывод, что не все решения системы (1) в случае $d = e = f = -0.5$ являются мероморфными функциями.

Литература

1. Сазонова А. Т. *О результатах исследования упрощенных систем в задаче движения четырех тел в плоскости* // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2015. № 3. С. 24–31.

2. Сазонова А. Т. *Аналитические свойства решений систем в задаче движения четырех тел в плоскости* // Проблемы физики, математики, техники. 2015. № 3 (24). С. 66–69.

3. Сазонова А. Т. *О некоторых случаях в задаче движения четырех тел в плоскости тел* // Весн. Весн. Гродненскага дзярж. ун-та. Сер. 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. 2015. № 3 (199). С. 27–37.

4. Смирнов В. И. *Курс высшей математики.* Т. 3. Ч. 2. М.: Наука, 1974.

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ И ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ПЕРВОГО РОДА С НОРМИРОВАННОЙ ФУНКЦИЕЙ БЕССЕЛЯ В ЯДРЕ

О.В. Скоромник

Полоцкий государственный университет, Новополоцк, Беларусь
skoromnik @gmail.com

Рассматривается интегральное уравнение:

$$(\mathrm{A}^{c,\lambda}_{\sigma,\omega,\delta}\varphi)(x) \equiv x^\sigma \int\limits_0^x \frac{(x^\delta - t^\delta)^{c-1}}{\Gamma(c)}\, \bar{J}_{(\alpha-1)/2}(\lambda(x^\delta - t^\delta))t^\omega \varphi(t)\,dt = f(x), \quad x > 0, \qquad (1)$$

содержащее нормированную функцию Бесселя $\bar{J}(z)$ [1, формула (37.8)] в ядре; $\sigma, \omega \in \mathbb{R}$, $\delta > 0$, $\lambda > 0$. Работа посвящена исследованию интегрального преобразования в левой части (1) и решению уравнения (1) в весовом пространстве $\mathfrak{L}_{\nu,r}$ измеримых по Лебегу, вообще говоря, комплекснозначных функций f на $\mathbb{R}_+$, для которых $\|f\|_{\nu,r} < \infty$, где [2, 3]

$$\|f\|_{\nu,r} = \left(\int\limits_0^\infty |t^\nu f(t)|^r \frac{dt}{t}\right)^{1/r} \quad (1 \leqslant r < \infty, \quad \nu \in \mathbb{R}). \qquad (2)$$