

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 531.539.538

Академик П. А. ВИТЯЗЬ<sup>1</sup>, Л. А. СОСНОВСКИЙ<sup>2</sup>, С. С. ЩЕРБАКОВ<sup>3</sup>

НОВЫЕ ПОДХОДЫ В МЕХАНИКЕ ДЕФОРМИРУЕМЫХ СИСТЕМ

<sup>1</sup>Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси, Минск

<sup>2</sup>Межведомственная лаборатория «ТРИБОФАТИКА», Гомель–Минск–Гродно–Брест

<sup>3</sup>Белорусский государственный университет, Минск

Поступило 01.01.2009

**Исследуемые объекты.** При контактном взаимодействии деформируемых твердых тел в ряде механических систем и конструкций происходит как локальное деформирование в зоне контакта, так и объемное деформирование тел в целом под действием внешней нагрузки. Данные системы называются силовыми (рис. 1; 2) и изучаются в трибофатике [1–3]. Если обратиться к силовой системе ролик/вал, то, с одной стороны, нагрузка  $F_N$  (рис. 1) вызывает контактные деформации и изгиб вала в целом, а с другой, нагрузки  $M$ ,  $M_k$ ,  $Q$  вызывают неконтактные растяжение–сжатие, изгиб, кручение [1–3].

Из экспериментальных исследований [1–3] известно, что трактовки напряженно-деформированного состояния таких систем, как чисто контактного либо как, например, чисто изгибного содержат существенную погрешность. Исключения представляют предельные случаи, когда тела не содержат больших внутренних полостей (например, система шар/шар), либо длина стержня намного превосходит его толщину (например, изгиб балки).

Расчет напряженно-деформированного состояния в условиях сложного нагружения (локального в области контакта и объемного) может быть выполнен численно, например, методом конечных элементов [4]. Однако в этом случае для достаточно широкого диапазона нестационарных граничных задач (например, при исследовании динамического изменения напряженно-деформированного состояния, особенно в 3-мерной постановке) требуется разработка специальных расчетных схем и алгоритмов, которые влекут за собой существенные затраты ресурсов (временных, машинных). Кроме того, даже для статических расчетов в случае сложного напряженного состояния следует оценить, насколько точно полученное численное решение аппроксимирует искомое.

В работе [5] предложена общая классификация контактных задач применительно к силовым системам машин. На рис. 2 показана та часть общей классификации, которая относится к классификации контактных задач для тел вращения по двум признакам: характеру нагружения и условиям деформирования.

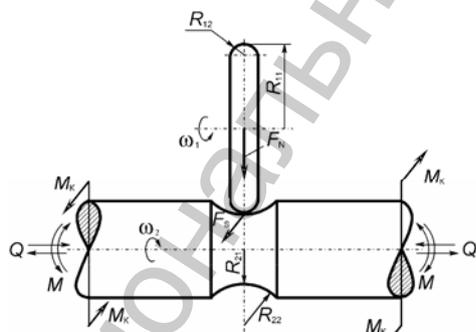


Рис. 1. Расчетная схема силовой системы ролик/вал при действии контактной ( $F_N$ ) и неконтактных ( $M$ ,  $M_k$ ,  $Q$ ) нагрузок

Элемент 1: $R_{11} > 0$ $R_{12} > 0$			
Элемент 2: $R_{21} > 0$ $R_{22} > 0$			
Тип контакта	A	B	C

Рис. 2. Классификация контактных задач для тел вращения по условиям деформирования

Согласно работам [2; 3], тип контакта В соответствует простейшей механической модели для системы колесо/рельс. Данная модель предназначена для комплексных износоусталостных испытаний на машинах серии СИ [6–8]. Здесь ролик (элемент 2) имитирует колесо, а кольцо (элемент 1) – рельс [3].

Принципиальная особенность системы ролик/кольцо (рис. 2, В) по сравнению с соответствующей традиционной контактной задачей (рис. 2, А) для системы ролик/ролик состоит в том, что в зоне взаимодействия кольца с роликом трехмерное напряженное состояние обусловлено как полем контактных напряжений, так и полем напряжений вследствие изгиба.

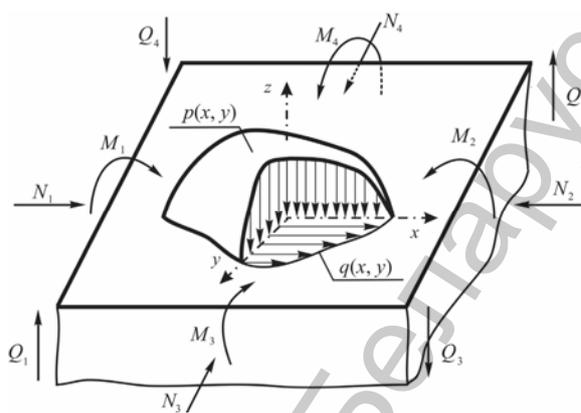


Рис. 3. Общая схема нагружения силовой системы

**Постановка задачи.** При построении механико-математических моделей для исследования напряженно-деформированного состояния силовых систем [9] будем учитывать действие как распределенных нормальных  $p(S)$  и касательных  $q(S)$  усилий на контактной поверхности  $S$ , так и воздействие неконтактных  $(M, N, Q)$  нагрузок исходя из следующих основных положений.

1. По крайней мере одна из нагрузок вызывает в системе как локальные контактные деформации, так и объемное деформирование хотя бы одного из элементов системы.

2. Напряжения, обусловленные контактной и неконтактной нагрузками, действуют одновременно и в единой области.

3. Форма и площадь контакта дополнительно определяются изменением кривизны поверхности элемента системы, который подвергается объемному деформированию.

4. Сила и коэффициент трения зависят от дополнительных граничных условий в области контакта, налагаемых действием неконтактной нагрузки.

Таким образом, применительно к силовой системе будем решать две граничные задачи (рис. 3): контактную для взаимодействия элементов системы

$$\sigma_{m}^{(c)}|_S = p(F_c, S), \sigma_{n\tau}^{(c)}|_S = fp(F_c, S), \sigma_{ij}^{(c)}|_{\rho \rightarrow \infty} \rightarrow 0 \quad (1)$$

и задачу теории упругости для неконтактных нагрузок

$$Q|_{S_Q} = Q(F_b), N|_{S_N} = N(F_b), M_{S_N} = M(F_b), u_i|_{S_u} = u_i^{(b)}, \quad (2)$$

где  $S(x, y)$  – площадка контакта;  $F_c$  и  $F_b$  – контактная и неконтактная силы;  $f$  – коэффициент трения;  $\rho$  – расстояние от центра контакта;  $\sigma_{ij}^{(c)}$  – напряженное состояние при контакте;  $n \perp S$ ,  $\tau \parallel S$ ,  $Q, N, M$  – внутренние поперечное и продольное усилия, а также внутренний момент;  $u$  – перемещения;  $S_Q, S_N, S_M, S_u$  – множества точек твердого тела, к которым приложены внешние нагрузки, соответствующие внутренним усилиям и перемещениям.

**Напряженно-деформированное состояние.** Особенностью напряженного состояния ряда типичных силовых систем (например, ролик/вал, ролик/кольцо) является то, что если напряженное состояние одного из взаимодействующих элементов (ролика) является чисто контактным

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(n)} + \sigma_{ij}^{(\tau)}, \quad i, j = x, y, z, \quad (3)$$

где  $\sigma_{ij}^{(n)}, \sigma_{ij}^{(\tau)}$  – напряжения, обусловленные соответственно нормальной  $p(x, y)$  и касательной нагрузками  $q(x, y)$ , то в другом элементе (вале или кольце) помимо контактных напряжений также действуют напряжения, обусловленные неконтактной нагрузкой [3; 10; 11],

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(n)} + \sigma_{ij}^{(\tau)} + \sigma_{ij}^{(b)}, \quad (4)$$

где  $\sigma_{ij}^{(b)}$  – напряжения, вызванные неконтактной нагрузкой.

Поскольку в типичных силовых системах взаимодействующие тела (ролик и вал/кольцо) в области контакта ограничены поверхностями второго порядка [1–3], то в данном случае площадка контакта  $S(x, y)$  имеет форму эллипса, а нормальные усилия на площадке контакта распределены по эллиптическому закону  $p(x, y) = p_0 \sqrt{1 - x^2/a^2 - y^2/b^2}$  ( $p_0$  – максимальное давление в центре контакта,  $a$  и  $b$  – полуоси эллипса) [12; 13].

Расчет напряжений  $\sigma_{ij}^{(hs)}$  в любой точке  $M(x, y, z)$  при  $z < 0$  полупространства при действии на поверхность нормальных усилий  $p(x, y)$  проводится численными методами с использованием функций влияния  $G_{ij}^{(B)}$  из фундаментального решения задачи Буссинеска [10; 11]

$$\sigma_{ij}^{(hs)}(x, y, z) = \iint_{S(\xi, \eta)} p(\xi, \eta) G_{ij}^{(B)}(\xi - x, \eta - y, z) d\xi d\eta. \quad (5)$$

Необходимо учесть, что в точке приложения единичной нагрузки в задаче Буссинеска  $G_{ij}^{(B)} \rightarrow \infty$ . Это приводит к тому, что для точек  $z = 0$  поверхности полупространства расчет, в соответствии с (5), не сходится. Расчет напряжений в любой точке  $M(x, y, 0)$  поверхности полупространства при действии нормально распределенных усилий  $p(x, y)$  проводится в соответствии со следующей общей формулой [3]:

$$\sigma_{ij}^{(surf)}(x, y, 0) = \sigma_{ij}^{(S)}(x, y), \quad (6)$$

где  $\sigma_{ij}^{(S)}(x, y)$  – напряжения на поверхности полупространства, вызванные действием давления, распределенного по области  $S(x, y)$ .

Таким образом, напряжения  $\sigma_{ij}^{(n)}$  в формулах (3) и (4) с учетом (6) будут

$$\sigma_{ij}^{(n)} = \begin{cases} \sigma_{ij}^{(hs)}, & \text{при } z < 0; \\ \sigma_{ij}^{(surf)}, & \text{при } z = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Расчет напряженного состояния  $\sigma_{ij}^{(\tau)}$ , вызванного действием силы трения, которая моделируется распределением касательных усилий  $q(x, y)$ , также выполняется численными методами с использованием функций влияния  $G_{ij}^{(C)}$  из решения задачи Черрути для действия сосредоточенной касательной силы на полупространство [10; 11]

$$\sigma_{ij}^{(\tau)}(x, y, z) = \iint_{S(\xi, \eta)} q(\xi, \eta) G_{ij}^{(C)}(\xi - x, \eta - y, z) d\xi d\eta. \quad (8)$$

Напряжения от неконтактных нагрузок будем определять, применяя теорию изгиба бруса [3]:

$$\sigma_{ij}^{(b)} = \sigma_{ij}^{(M)} + \sigma_{ij}^{(N)} + \sigma_{ij}^{(Q)}, \quad (9)$$

где индексы  $M, N$  и  $Q$  соответствуют внутреннему моменту, продольному и поперечному усилиям.

Объединенное напряженное состояние, определяемое выражением (2), с учетом (3)–(7) имеет вид [3; 11]

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(n)} + \sigma_{ij}^{(\tau)} + \sigma_{ij}^{(b)} = \left[ \sigma_{ij}^{(hs)} \vee_z \sigma_{ij}^{(surf)} \right] + \sigma_{ij}^{(\tau)} + \sigma_{ij}^{(b)} = \left[ \iint_{S(\xi, \eta)} p(\xi, \eta) G_{ij}^{(B)}(\xi - x, \eta - y, z) d\xi d\eta \vee_z \sigma_{ij}^{(S)}(x, y) \right] + \iint_{S(\xi, \eta)} q(\xi, \eta) G_{ij}^{(C)}(\xi - x, \eta - y, z) d\xi d\eta + \sigma_{ij}^{(M)}(x, y, z) + \sigma_{ij}^{(N)}(x, y, z) + \sigma_{ij}^{(Q)}(x, y, z). \quad (10)$$

Рассмотрим результаты численного расчета применительно к силовой системе ролик/вал в соответствии с выражением (10). Из распределений, представленных на рис. 4, хорошо видно,

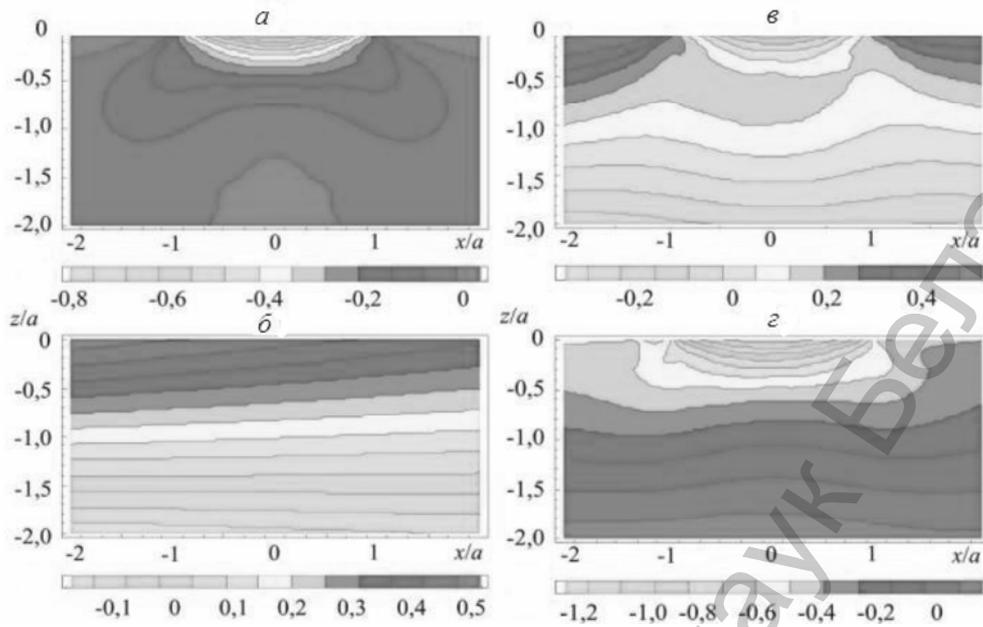


Рис. 4. Распределение напряжений:  $a - \sigma_{xx}^{(n)}$ ;  $б - \sigma_{xx}^{(b)}$ ;  $в - \sigma_{xx}^{(n)} + \sigma_{xx}^{(b)}$  ( $Q > 0$ );  $г - \sigma_{xx}^{(n)} - \sigma_{xx}^{(b)}$  ( $Q < 0$ ) ( $d$ ), отнесенных к максимальному  $p_0$ , в окрестности площадки контакта ( $y = 0, a/b = 0,5$ )

что напряженно-деформированное состояние силовой системы значительно отличается (качественно и количественно) от таковых при традиционно отдельно изучаемых контакте и изгибе.

**Состояние поврежденности.** В силовой системе (в отличие, например, от изгибаемого вала) все шесть независимых компонент тензора напряжений являются ненулевыми. В общем случае предельное состояние по критерию контактной усталости (образование микротрещин) в некоторой точке силовой системы может быть обусловлено несколькими различными компонентами. Таким образом, предел выносливости для нее определяется по каждой компоненте тензора напряжений как экстремальное значение ее распределения при действии предельной нагрузки  $F_{*lim}$  [1; 3; 14–16]. Для однородного изотропного деформируемого твердого тела предельные нормальные и касательные напряжения  $\sigma_n^{(*lim)}$  и  $\sigma_\tau^{(*lim)}$ , а также предельное главное напряжение  $\sigma_1^{(*lim)}$  и предельная интенсивность напряжений  $\sigma_{int}^{(*lim)}$  определяются следующим образом [3; 14; 15]:

$$\sigma_n^{(*lim)} = \max_{dV,i} \left( \left| \sigma_{ii} (F_{*lim}, dV) \right| \right), \quad i = x, y, z; \quad \sigma_\tau^{(*lim)} = \max_{dV,i,j} \left( \left| \sigma_{ij} (F_{*lim}, dV) \right| \right), \quad i, j = x, y, z, \quad i \neq j;$$

$$\sigma_1^{(*lim)} = \max_{dV} \left( \left| \sigma_1 (F_{*lim}, dV) \right| \right); \quad \sigma_{int}^{(*lim)} = \max_{dV} \left( \sigma_{int} (F_{*lim}, dV) \right), \quad (11)$$

где  $dV$  – элементарный объем нагруженного тела.

Аналогичным образом определяются предельные напряжения  $\sigma_{ij}^{(\pm*lim)}$ ,  $i, j = x, y, z$ ;  $\sigma_i^{(\pm*lim)}$ ,  $i = 1, 2, 3$ ;  $\sigma_{int}^{(*lim)}$  для твердого тела в общем случае.

Тогда условия для ограничения опасных объемов имеют вид

$$V_{(ij)} = \left\{ dV / \sigma_{ij} \geq \sigma_k^{(*lim)}, dV \subset V_k \right\}, \quad i, j = x, y, z, \quad k = \begin{cases} n & \text{при } i = j, \\ \tau & \text{при } i \neq j; \end{cases} \quad (12)$$

$$V_{(i)} = \left\{ dV / \sigma_i \geq \sigma_1^{(*lim)}, dV \subset V_k \right\}, \quad i = 1, 2, 3; \quad V_{int} = \left\{ dV / \sigma_{int} \geq \sigma_{int}^{(*lim)}, dV \subset V_k \right\}; \quad V_T = \bigcup_{i,j} V_{ij}, \quad (13)$$

где  $V_k$  – рабочий объем деформируемого твердого тела.

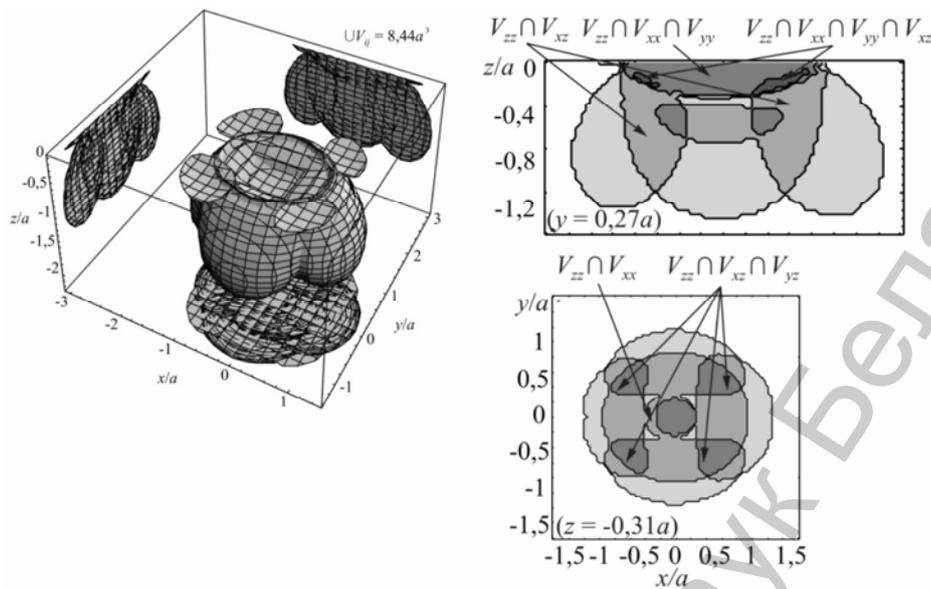


Рис. 5. Объединение опасных объемов и его сечения при  $f = 0,05$ ,  $b/a = 0,813$

Меры поврежденности определяются формулой

$$\omega_{ij} = V_{(ij)} / V_k, \quad \omega_T = V_T / V_k. \quad (14)$$

Поскольку опасные объемы могут иметь произвольную и сложную форму и их аналитическое определение является затруднительным, то их величины вычисляют методом Монте-Карло.

В качестве примера на рис. 5 представлены результаты вычисления опасных объемов в условиях контактного взаимодействия в соответствии с (12) при следующих исходных данных:  $\sigma_n^{(*\text{lim})} = 0,3p_0$ ,  $\sigma_\tau^{(*\text{lim})} = 0,09p_0$ . Из рис. 5 видно, что наибольшими по величине являются опасные объемы  $V_{(zz)}$ ,  $V_{(xz)}$  и  $V_{(yz)}$ , соответствующие напряжениям  $\sigma_{zz}^{(n)}$ ,  $\sigma_{xz}^{(n)}$  и  $\sigma_{yz}^{(n)}$ .

Поскольку опасные объемы являются мерой поврежденности деформируемых тел, то, анализируя рис. 5, можно указать конкретные области (зоны), в которых возможно зарождение и развитие как поверхностных, так и внутренних трещин. Очевидно, что образование необратимых повреждений (первичных трещин) с большей вероятностью реализуется там, где соответствующие опасные объемы пересекаются.

**Предельное состояние силовых систем.** К настоящему времени разработано более 30 теорий предельных (напряженных) состояний деформируемого твердого тела, называемых также теориями прочности [17–19].

В ряде теорий принимается, что предельное состояние материала независимо от того, находится он в линейном или сложном напряженном состоянии, наступает при достижении некоторым механическим параметром  $\phi$  (напряжением) предельной величины  $\phi_*$ . Общим у данных теорий является то, что трехмерная характеристика предельного состояния заменяется одномерной – наибольшей.

В энергетической теории предельное состояние материала принимается зависящим от всех компонент тензора напряжений либо от всех трех действующих главных напряжений ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ). Современные теории предельных состояний, как правило, также учитывают свойства материала путем введения в критерий прочности или пластичности соответствующих коэффициентов ( $m_j$ ), определяемых экспериментально.

В работах [3; 19] поставлена и решена более общая задача разработки теории предельных состояний не деформируемого твердого тела, а силовой системы, которая находится в коррозионной среде ( $Ch$ ) под воздействием контактной, повторно-переменной (внеконтактной) и тепловой нагрузок. Для решения такой сложной задачи применен наиболее общий – энергетический под-

ход. Данная теория основывается на ряде положений, одним из которых является то, что предельное состояние определяется не всей подводимой к силовой системе энергией  $U$ , а лишь ее эффективной (опасной) частью  $U^{eff} \ll U$ , которая затрачивается на повреждение. Критерием предельного состояния служит условие достижения эффективной энергией  $U^{eff}$  критической величины  $U_0$  в некоторой области ограниченных размеров элемента силовой системы – в его опасном объеме [19; 20]. Энергия  $U_0$  считается фундаментальной для данного вещества константой; она не должна зависеть от условий испытания, видов подводимой энергии, механизмов повреждения [19].

Обобщенный критерий предельного состояния силовой системы имеет вид

$$U_{\Sigma}^{eff}(T^{(V,W)}, E^{(V,W)}, T_{\Sigma}, Ch, \Lambda(V), m_k) = U_0, \quad (15)$$

где  $T, E$  – тензоры напряжений и деформаций;  $T_{\Sigma}$  – температура от всех источников тепла;  $m_k, k=1, 2, \dots$  – некоторые характеристики свойств контактирующих материалов;  $\Lambda_{i \setminus j}$  – параметры (функции) взаимодействия необратимых повреждений, обусловленных нагрузками разной природы. Тензоры  $T, E$  с индексом  $V$  обусловлены действием объемных нагрузок (общие случаи трехмерного изгиба, кручения, растяжения–сжатия), а с индексом  $W$  – контактным взаимодействием элементов системы.

Из общей энергии выделяется ее эффективная часть. Для этого вводятся коэффициенты  $A_{\sigma}(V), A_{\tau}(V)$  и  $A_T(V)$  соответствующей размерности, которые определяют долю поглощенной энергии

$$dU_{\Sigma}^{eff} = \Lambda_{M \setminus T}(V) \{ \Lambda_{\tau \setminus \sigma}(V) [ A_{\sigma}(V) T_{\sigma} \cdot dE + A_{\tau}(V) T_{\tau} \cdot dE ] + A_T(V) k dT_{\Sigma} \}, \quad (16)$$

где  $T_{\tau}$  – тензор фрикционно-сдвиговых напряжений (тензор сдвига);  $T_{\sigma}$  – тензор нормальных напряжений (растяжения–сжатия) (тензор отрыва).

Проверка упрощенного варианта критерия (16) для случая упругого деформирования выполнена для материалов разных классов по результатам соответствующих экспериментальных исследований многих авторов (более 300 результатов испытаний). В работе [20] можно найти анализ литературных источников. Коэффициент корреляции очень высок (не менее  $r = 0,722$ ), но в большинстве случаев он превышает  $r = 0,9$ .

**Трение в силовой системе.** Традиционно сила трения считается зависимой лишь от одного силового фактора – нормальной контактной нагрузки. При исследовании механических систем, называемых силовыми, в которых в единой области формируется напряженно-деформированное состояние при действии как контактной, так и неконтактной нагрузок, напряжения и деформации, вызванные неконтактной нагрузкой, формируют дополнительные граничные условия на поверхности контакта. Это приводит к существенному изменению характеристик трения.

Сила трения в силовой системе  $F$  может рассматриваться как некоторая функция обычной силы трения [3] при скольжении (качении)  $F^{(c)}$ , которая возникает в окружном направлении (объект – пара трения), и неконтактной составляющей  $F^{(b)}$  силы трения, которая дополнительно возникает вследствие возбуждения неконтактных (циклических) напряжений (деформаций). В общем случае сила трения в силовой системе может быть представлена как векторная сумма составляющих  $F^{(c)}$  и  $F^{(b)}$ :

$$F = F^{(c)} + F^{(b)}, \quad (17)$$

где  $F^{(c)} = f^{(c)} F_N, F^{(b)} = f^{(b)} P_b, P_b = \int_S p_b(s) ds$  – дополнительная контактная нагрузка, вызванная распределением контактного давления

$$p_b = P_b \left( \sigma_{zz} \Big|_{S(z=0)}, u_b \Big|_{S(z=0)} \right), \quad (18)$$

где  $z \perp S$ ;  $S$  – область контакта;  $\sigma_{zz} \Big|_{S(z=0)}, u_b \Big|_{S(z=0)}$  – граничные условия в области контакта в результате действия неконтактной силы. Рассмотрим их формирование на примере системы ролик/вал.

Ненулевые компоненты напряженно-деформированного состояния консольно закрепленного вала, вызванные изгибающей нагрузкой  $F_b$ , в области контакта определяются в соответствии с формулами

$$\sigma_{yy}^{(b)} = \frac{F_b (y-l)}{4(1+\nu)I} (R_2 + z); \quad \varepsilon_{yy}^{(b)} = \frac{1}{E} \sigma_{yy}^{(b)}; \quad \varepsilon_{zz}^{(b)} = \varepsilon_{xx}^{(b)} = -\frac{\nu}{E} \sigma_{yy}^{(b)}, \quad (19)$$

где  $I = \pi R_2^4 / 64$ ;  $E$  – модуль Юнга;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $R_2$  – радиус вала;  $l = l_1 - l_2$ ,  $l_1$  – длина вала,  $l_2$  – расстояние от точки закрепления вала до начала координат.

Перемещения точек области контакта, соответствующие напряженно-деформированному состоянию (19), равны

$$\bar{u}_i^{(b)} = \int \varepsilon_{ii}^{(b)} di \Big|_{z=0} \quad (i = x, y, z). \quad (20)$$

Рассмотрим простейший подход к определению контактных усилий  $p_b$  для заданных перемещений  $\bar{u}_z^{(b)}$ .

Представим площадку контакта и полупространство под ней в виде цилиндрического сжимаемого стержня сечением в форме площадки контакта. Высоту стержня примем равной  $R_2$ , поскольку в системе координат, связанной с областью контакта,  $u_z^{(b)} \Big|_{z=-R_2} = 0$ . Тогда постоянным на поверхности контакта (стержня) перемещениям  $\bar{u}_z^{(b)}$  можно поставить в соответствие контактную (сжимающую стержень) силу  $P_b$ :

$$P_b = p_b S = \frac{\bar{u}_z^{(b)} E}{R_2}. \quad (21)$$

В случае кулоновской зависимости между нормальной силой и силой трения для силовой системы получим

$$f = F / F_N = (F^{(c)} + F^{(b)}) / F_N = (f^{(c)} F_N + f^{(c)} P_b) / F_N = f^{(c)} (1 + P_b / F_N) = f^{(c)} \left[ 1 + k_{\sigma/p} \left( \frac{\sigma_{yy}^{(b)}}{p_0} \right) \right], \quad (22)$$

где

$$k_{\sigma/p} \left( \frac{\sigma_{yy}^{(b)}}{p_0} \right) = \frac{F^{(b)}}{F_N} = \frac{3p_b}{2p_0} = -\frac{3\nu}{4} \frac{\sigma_{yy}^{(b)} \Big|_{z=0}}{p_0}. \quad (23)$$

Анализ формулы (22) и рис. 6, а показывает, что в силовой системе при одновременном действии контактной и внеконтактной нагрузок результирующий коэффициент (сила) трения качения в зоне растяжения уменьшается по сравнению с коэффициентом (силой) чистого трения качения, а в зоне сжатия напротив – увеличивается.

Указанные закономерности в качественном и количественном (в пределах порядка) отношении соответствуют результатам экспериментов (рис. 6, б). Следует отметить, что экспериментальное исследование выявило асимметрию изменения коэффициента трения при действии не-

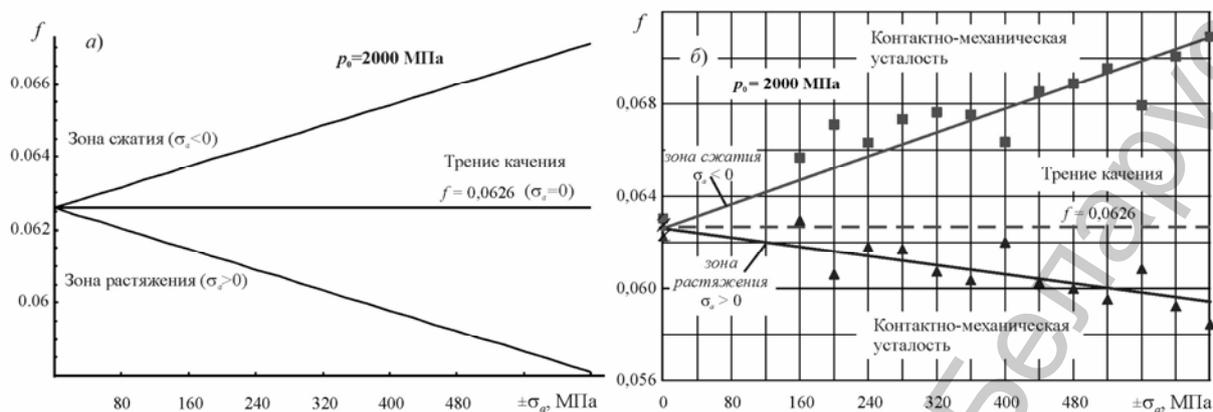


Рис. 6. Аналитическая (а) и экспериментальная (б) зависимости между коэффициентом трения в силовой системе и соотношением контактных и неконтактных максимальных напряжений в области контакта

контактной нагрузки относительно коэффициента трения качения, что может быть вызвано влиянием малоизученных физико-химических явлений в области контакта.

Представленная зависимость имеет большое практическое значение, поскольку она дает возможность управлять процессами трения с помощью неконтактных нагрузок так же эффективно как и с помощью контактных.

**Выводы.** 1. Предложено принципиально новое развитие традиционной механики деформируемых тел: исследуются механические состояния не отдельного нагруженного тела, а деформируемой системы как целого, состоящего из двух взаимодействующих тел при наличии как контактной, так и неконтактной нагрузки (такие системы называют силовыми).

2. Установлено, что силовые системы формируются двумя различающимися способами. Первый: контактные и неконтактные нагрузки прикладываются независимо (системы типа ролик/вал – см. рис. 1), однако они возбуждают соответствующие напряжения одновременно и в единой области деформируемых тел; эта область называется опасным объемом (см. рис. 5). Второй: контактная нагрузка одновременно является и изгибающей (системы типа ролик/кольцо – см. рис. 2, В). В обоих случаях напряженное состояние одного элемента системы (ролика) является чисто контактным, а другого (вала либо кольца) – совмещенным. Обнаруживается и третий тип силовой системы, в которой напряженное состояние обоих элементов классифицируется как совмещенное (кольцо/кольцо – см. рис. 2, С).

3. Предложена и реализована принципиально новая методика наиболее полного – комплексного изучения механического состояния деформируемой системы и ее элементов; она включает последовательную постановку и триединое решение задач об их напряженно-деформированном состоянии, состояниях поврежденности и предельном состоянии. В работе приведены конкретные результаты исследования системы типа ролик/вал по такой методике (см. рис. 4, 5).

3.1. Представлено общее решение задачи о совмещенном напряженно-деформированном состоянии деформируемых систем, анализ которого приводит к двум заключениям:

а) изменение локального поля контактных напряжений (деформаций), когда на него накладывается поле напряжений (деформаций), обусловленных объемным деформированием, по существу, представляет собой новый класс задач в механике контактного взаимодействия;

б) возмущение поля напряжений (деформаций), обусловленных объемным деформированием, в локальной области, в которой одновременно возбуждается поле контактных напряжений (деформаций), по существу, представляет собой новый раздел теории упругости – теорию упругости, освобожденную от принципа Сен-Венана.

3.2. В отличие от известных подходов, в рамках которых повреждаемость оценивается лишь в точке либо опасном сечении деформируемых тел, дано общее решение задачи о состоянии поврежденности силовой системы, которое построено на базе представления об объемной мере поврежденности, называемой опасным объемом. Тем самым открывается возможность прогнозирования зон возможного появления и развития первичного (начального) трещинообразования.

3.3. В отличие от известных подходов, в рамках которых оценка предельного состояния выполняется лишь для наиболее напряженной точки деформируемого тела, изложено общее решение задачи о предельном состоянии силовых систем в конечной области с критическим уровнем напряжений в ней. Оно позволяет давать прогноз отказа элементов системы по разным критериям достижения предельного состояния (объемное разрушение – разделение на части; критическое поверхностное разрушение – предельный износ и др.).

3.4. В отличие от известных подходов, в рамках которых характеристики трения (в паре трения) определяются лишь при действии контактной нагрузки, дано общее решение задачи о силе и коэффициенте трения в силовой системе, в основу которого положен анализ деформированного состояния в области контакта. Тем самым удается учесть влияние на изменение характеристик трения не только контактной нагрузки, но и деформаций, обусловленных неконтактными нагрузками (рис. 6).

4. Общее заключение состоит в том, что механико-математические модели, разрабатываемые в рамках трибофатики, являются существенным развитием в перспективном направлении смежных с нею дисциплин механического цикла (механики деформируемого твердого тела, механики контактного взаимодействия, трибологии, механики поврежденности, механики усталостного разрушения).

## Литература

1. Сосновский Л. А. Основы трибофатики. Гомель, 2003.
2. Sosnovskiy L. A. Tribo-Fatigue. Wear-fatigue damage and its prediction (Foundations of engineering mechanics). Springer, 2004.
3. Сосновский Л. А. Механика износоусталостного повреждения. Гомель, 2007.
4. Журавков М. А., Захарик А. М., Босяков С. М., Щербаков С. С. // Трение и износ. 2006. № 1. С. 12–16.
5. Сосновский Л. А., Щербаков С. С. // Современные методы проектирования машин. Расчет, конструирование, технология: Материалы II Междунар. науч.-техн. конф., Минск, 6–10 дек. 2004 г. Минск, 2005. Т. 4. С. 44–55.
6. Трибофатика. Термины и определения. ГОСТ 30638–99. Минск, 1999.
7. Сосновский Л. А., Матвеев В. И., Щербаков С. С. // Современные проблемы путевого комплекса. Повышение качества подготовки специалистов и уровня научных исследований: Тр. Междунар. науч.-техн. конф., Москва, 19–20 окт. 2004 г. М., 2004. Т. IV. С. 37.
8. Тюрин С. А., Матвеев В. И., Щербаков С. С. и др. // Вестн. БелГУТА. 2005. № 2. С. 54–63.
9. Журавков М. А., Сосновский Л. А., Щербаков С. С. // X Белорус. матем. конф.: Тез. докл. Междунар. науч. конф. Минск, 3–7 нояб. 2008 г. Минск, 2008. Ч. 2. С. 120–122.
10. Щербаков С. С. // Динаміка, міцність і надійність сільськогосподарських машин: Тр. I Междунар. науч.-техн. конф., Тернополь, Украина, 4–7 окт. 2004 г. Тернополь, 2004. С. 400–407.
11. Журавков М. А., Щербаков С. С. // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. 2008. № 1. С. 48–57.
12. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М., 1989.
13. Modern Tribology Handbook / Ed. by B. Bhushan et al. CRC Press, 2000.
14. Журавков М. А., Щербаков С. С. // Вестн. БГУ. Сер. 1. 2007. № 1. С. 117–122.
15. Журавков М. А., Щербаков С. С. // X Белорус. матем. конф.: Тез. докл. Междунар. науч. конф. Минск, 3–7 нояб. 2008 г. Минск, 2008. Ч. 2. С. 121–122.
16. Журавков М. А., Щербаков С. С. // Тр. V Междунар. симпозиума по трибофатике (ISTF 2005), Иркутск, Россия, 3–7 октяб. 2005 г. Иркутск, 2005. Т. 1. С. 375–390.
17. Писаренко Г. С., Лебедев А. А. Сопrotивление материалов деформированию и разрушению при сложном напряженном состоянии. Киев, 1969.
18. Троценко В. Т. и др. Сопrotивление материалов деформированию и разрушению: справ. пособие. Киев, 1994.
19. Сосновский Л. А. Статистическая механика усталостного разрушения. Минск, 1987.
20. Сосновский Л. А., Богданович А. В. Теория накопления износоусталостных повреждений. Гомель, 2000.

VITYAZ P. A., SOSNOVSKIY L. A., SHERBAKOV S. S.

sersher@tut.by

## NEW APPROACHES IN MECHANICS OF DEFORMABLE SYSTEMS

### Summary

New approaches to mechanical and mathematical modeling of tribo-fatigue systems simultaneously subject to complex loading are considered. A new method of comprehensive study of the mechanical state of a deformable system and its elements including the statement and solution of stress-strain state, damage and limiting state problems is presented. Results of a roller/shaft type system research by such a method are given.