

Министерство образования Республики Беларусь
Государственное учреждение образования
"Республиканский институт высшей школы"

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра
образования Республики Беларусь
А.И. Жук

Регистрационный № 121 / тин.



МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Учебная программа для специальности 1-31 04 01 «Физика»

СОГЛАСОВАНО

Председатель Учебно-методического объединения вузов
Республики Беларусь по естественнонаучному образованию

 В.В. Самохвал

04. 12. 2006

Начальник управления высшего и среднего специального
образования Министерства образования Республики Беларусь

 Ю.Н. Миксюк

12. 12. 2006

Первый проректор Государственного учреждения образования
"Республиканский институт высшей школы"

 В.И. Дынич

11. 12. 2006

Эксперт

 С.М. Артемьева

08. 12. 2006

МИНСК

2006

Составители:

Н.Г. Абрашина-Жадаева – заведующая кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

В.Н. Русак – профессор кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

В.В. Кашевский – доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

Рецензенты:

Кафедра экспериментальной и теоретической физики Учреждения образования "Белорусский государственный педагогический университет им. М.Танка";

Л.А. Черкас – профессор кафедры высшей математики Учреждения образования "Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники", доктор физико-математических наук, профессор;

Н.И. Юрчук – заведующий кафедрой уравнения математической физики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

Рекомендована

к утверждению в качестве типовой:

Кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета (протокол № 7 от 6 марта 2006 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 1 от 26 октября 2006 г.);

Научно-методической секцией по специальности 1-31 04 01 «Физика» (протокол № 1 от 21 октября 2006 г.);

Президиумом Совета Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 1 от 08. 11. 2006 г.)

Ответственный за редакцию: **В.Н. Русак**

Ответственный за выпуск: **Е.М. Манюк**

I. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В механике, гидродинамике, оптике, электродинамике возникают математические модели в виде дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка, называемых уравнениями математической физики. Дисциплина «Методы математической физики» содержит необходимый математический аппарат и теорию основных уравнений математической физики. Она вырабатывает у студентов навыки построения математических моделей простейших физических явлений, решения (аналитического и численного) получающихся при этом математических задач и составляет математическую основу дисциплин общей и теоретической физики и специальных физических дисциплин, читаемых на кафедрах.

Программа курса рассчитана на 150 аудиторных часов (лекции – 76 часов, практические занятия – 54 часа и 20 часов для контроля самостоятельной работы студентов).

По дисциплине предусмотрены 3 контрольные работы и 3 коллоквиума.

По каждому разделу лекционного курса предусмотрены практические занятия.

Программа составлена на основе учебных планов и учитывает многолетний опыт преподавания курса «Методы математической физики» на

II. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

а) ПРОГРАММА ЛЕКЦИОННОГО КУРСА

РЯДЫ И ИНТЕГРАЛЫ ФУРЬЕ

Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье. Ряд Фурье по ортогональной системе элементов гильбертова пространства. Неравенство Бесселя. Полные и замкнутые системы. Полнота и замкнутость тригонометрической системы. Сходимость и равномерная сходимость тригонометрического ряда Фурье. Влияние гладкости функции на порядок ее коэффициентов Фурье. Почленное дифференцирование ряда Фурье. Комплексная форма ряда Фурье. Понятие о кратных рядах Фурье. Интеграл Фурье и его комплексная форма. Методы приближенного суммирования рядов Фурье. Понятие обобщенной функции.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ОПЕРАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

Преобразование Лапласа. Свойства оригиналов и изображений. Связь с преобразованием Фурье и формула обращения. Применение операционного исчисления к решению дифференциальных уравнений.

КЛАССИФИКАЦИЯ УРАВНЕНИЙ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ

Общая характеристика математических моделей, адекватных физическим процессам. Классификация и приведение к каноническому виду линейных уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.

УРАВНЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Физические задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Постановка краевых задач. Корректные и некорректные задачи математической физики. Уравнение колебаний на бесконечной прямой. Метод распространяющихся волн. Уравнение колебаний в ограниченной области. Теорема единственности. Метод разделения переменных. Вынужденные колебания. Формула Кирхгофа-Соболева и распространение волн в неограниченном пространстве. Задачи с данными на характеристиках. Метод Римана решения задачи Коши для гиперболического уравнения на плоскости.

УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Задачи о распространении тепла и диффузии газов. Постановка краевых задач. Уравнение теплопроводности в ограниченной области. Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Единственность и устойчивость решения. Метод разделения переменных. Функция источника. Уравнение теплопроводности на бесконечной и полубесконечной прямой. Понятие обобщенного решения для уравнений в частных производных.

УРАВНЕНИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ТИПА

Формулы Грина. Общие свойства гармонических функций. Внутренние краевые задачи для уравнения Пуассона, единственность и устойчивость решения. Внешние краевые задачи для уравнения Лапласа. Метод Фурье для круговых, прямоугольных и цилиндрических областей. Потенциалы, объемный потенциал, потенциалы простого и двойного слоя, сведение краевых задач к интегральным уравнениям Фредгольма второго рода. Решение краевых задач методом функций Грина. Уравнение Гельмгольца, принцип максимума, фундаментальные решения и потенциалы, построение решения в неограниченных областях, условия излучения и предельного поглощения.

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ С СИММЕТРИЧНЫМИ ЯДРАМИ

Теоремы о собственных значениях и собственных функциях. Итерированные ядра и их спектр. Теорема Гильберта-Шмидта. Сведение задачи Штурма-Лиувилля к интегральным уравнениям.

МЕТОД КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

Разностная схема. Аппроксимация, устойчивость, сходимость и разрешимость разностных схем. Метод прогонки. Применение метода конечных разностей для решения уравнений математической физики.

СПЕЦИАЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ

Общая схема метода разделения переменных. Особый случай постановки задачи Штурма-Лиувилля. Уравнение цилиндрических функций и свойства его решений. Различные типы цилиндрических функций. Асимптотические формулы. Функции Бесселя чисто мнимого аргумента. Полиномы Лежандра. Присоединенные функции Лежандра. Шаровые и сферические функции. Классические ортогональные полиномы. Полиномы Чебышева-Лягерра и Чебышева-Эрмита. Применение цилиндрических функций к решению краевых задач для уравнений математической физики. Поперечные колебания вращающейся струны. Применение многочленов Чебышева-Эрмита и Чебышева-Лягерра к решению уравнения Шредингера.

б) РЕКОМЕНДУЕМЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

1. Ряды и интегралы Фурье.
2. Основные понятия операционного исчисления.
3. Классификация уравнений с частными производными.
4. Уравнения гиперболического типа.
5. Уравнения параболического типа.
6. Уравнения эллиптического типа.
7. Интегральные уравнения с симметричными ядрами.
8. Метод конечных разностей

9. Специальные функции.

в) РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ТЕМЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

1. Оригинал и преобразование Лапласа. Свойства оригиналов и изображений.
2. Применение преобразования Лапласа при решении уравнений.
3. Сведение задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению с симметричным ядром.
4. Разностная аппроксимация оператора Лапласа. Существование решения разностной задачи и сходимость приближенного решения к точному.
5. Разностные схемы для уравнений параболического и гиперболического типа с переменными коэффициентами.

г) РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ТЕМЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ И КОЛЛОКВИУМОВ

1. Ряды и интегралы Фурье. Уравнения гиперболического типа.
2. Уравнения параболического типа.
3. Ряды и интегралы Фурье. Уравнения гиперболического типа (коллоквиум).
4. Операционное исчисление. Функция Грина для задачи Штурма-Лиувилля (коллоквиум).
5. Уравнения эллиптического типа.
6. Специальные функции.
7. Метод конечных разностей (коллоквиум).

III. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., Наука, 1977.
2. Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции. М., Наука, 1984.
3. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Основные дифференциальные уравнения математической физики. М., Физматгиз, 1962.
4. Русак В.Н. Математическая физика. Мн., Изд-во «Дизайн-ПРО», 1998.
5. Смирнов В.И. Курс высшей математики. М., Наука, 1981.
6. Будаков Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. М., Наука, 1980.

Дополнительная литература

1. Соболев С.Л. Уравнения математической физики. М., Наука, 1966.
2. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М., Наука, 1981.
3. Никифоров А.Ф., Уваров В.Б. Основы специальных функций. М., Наука, 1974.
4. Будак Б.М., Фомин С.В. Крайние интегралы и ряды. М., Наука, 1965.
5. Свешников А.Т., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной. М., Наука, 1967.
6. Смирнов М.М. Задачи по уравнениям математической физики. М., Наука, 1968.