Центры полиномиальных систем Льенара
в случае постоянного абсолютного инварианта

А.П. Садовский (Минск, Беларусь), Т.В. Щеглова (Минск, Беларусь)

Рассмотрим систему Льенара

$$\begin{aligned} x' &= yP_0(x), \\ y' &= -x + P_2(x)y^2 + xQ(x)y^3, \end{aligned} \tag{1}$$

где $P_0(x)$, $P_2(x)$, $Q(x)$ — произвольные полиномы, $P_0(0) = 1$, $Q(0) = b_1 \neq 0$.

Теорема 1. Пусть $Q(x) = b_1 G^3(x)$, где $G(x) = (1 - a_1 x)^{\alpha_1} \cdot \ldots \cdot (1 - a_m x)^{\alpha_m}$ $\big(a_i \neq 0 \, \forall i = \overline{1,m}\big)$, а $W(x)$—полином, определяемый из соотношения

$$G_0(x)G'(x) = G(x)W(x),$$

где $G_0(x) = (1 - a_1 x) \cdot \ldots \cdot (1 - a_m x)$. Если $P_0(x) = \widetilde{P}_0(x)G_0(x)$, где $\widetilde{P}_0(x)$ — полином, $P_2(x) = -W(x)\widetilde{P}_0(x) + xr_0G^2(x)/(3b_1)$, $r_0 \in \mathbb{C}$, то $O(0,0)$ — центр системы (1).

В этом случае постоянный абсолютный инвариант имеет вид

$$\frac{r_0^3 G^{15}(x)}{b_1^5 Q^5(x)}.$$

Других случаев постоянного абсолютного инварианта система (1) не имеет. Пусть теперь

$$P_0(x) = 1 + \sum_{i=1}^{8} c_i x^i, \; P_2(x) = \sum_{j=0}^{7} a_j x^j, \; Q(x) = \sum_{k=0}^{9} b_{k+1} x^k. \tag{2}$$

Теорема 2. Если $Q(x) = b_1 G^3(x)$, где

$$G(x) = 1 - a_0 x + \frac{b_3 - 3a_0^2 b_1}{3b_1} x^2 + \frac{2a_0 b_3 - 5a_0^3 b_1 + b_4}{3b_1} x^3,$$

$P_0(x) = G(x)\widetilde{P}_0(x)$, где $\widetilde{P}_0(x)$ — полином 5-той степени,

$$P_2(x) = \frac{r_0 x}{3b_1} G^2(x) - G'(x)\widetilde{P}_0(x),$$

то $O(0,0)$ — центр системы (1).

Система (1), где $P_0(x)$, $P_2(x)$, $Q(x)$ имеют вид (2), рассматривалась в работе [1]. В работе получено 7 неприводимых компонент многообразия центра такой системы в случае постоянного абсолютного инварианта.

Литература

1. *Садовский А.П., Щеглова Т.В.* Условия центра одной полиномиальной дифференциальной системы. *Дифференц. уравнения.* Т.49, No. 2 (2013), 151-164.