

**Условия центра для системы с двумя
исключительными направлениями
Д. Н. Чергинец (Минск, Беларусь)**

А.П. Садовским [1] получено 12 нормальных форм, к которым при помощи формальной замены сводится любая автономная аналитическая система второго порядка с монодромной (типа центр или фокус) особой точкой, разложения правых частей которой начинаются с мономов третьей степени. В данной работе рассматривается нормальная форма [1, (31)]

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^{k+4} + \sum_{k=0}^{\infty} b_k x^{k+3} y + \sum_{k=0}^{\infty} c_k x y^{k+3} + \sum_{k=0}^{\infty} d_k y^{k+4}, \\ \dot{y} = - \sum_{k=0}^{\infty} h_k x^{k+4} - x y^2. \end{cases} \quad (1)$$

Необходимые и достаточные условия монодромности начала координат для (1) имеют вид [1, (47)]

$$\begin{aligned} \exists p \geq 0 : h_0 = \dots = h_{2p} = 0, \quad a_0 = \dots = a_{p-1} = 0, \quad (p+2)^2 a_p^2 - 4h_{2p+1} < 0, \\ \exists s \geq 0 : d_0 = \dots = d_{2s} = 0, \quad c_0 = \dots = c_{s-1} = 0, \quad c_s^2 - 4(s+2)d_{2s+1} < 0. \end{aligned} \quad (2)$$

При четных p, s система принадлежит классу систем с двумя четными ребрами диаграммы Ньютона. Для данного класса в [2] получена формула для второго члена асимптотического разложения функции последования. Первый член для данного класса тождественен и поэтому условий центра не дает.

При помощи [3,4] для (1) при $p = 2, s = 4$ получено следующее асимптотическое представление функции последования:

$$c + k_{2,0}c^2 + k_{3,0}c^3 + k_{4,0}c^4 + k_{5,0}c^5 + k_{6,0}c^6 + k_{7,1}c^7 \ln c + k_{7,0}c^7 + o(c^7),$$

где коэффициенты $k_{i,j}$ представляют собой определенные интегралы.

Теорема. Пусть в системе (1) параметры удовлетворяют (2), где $p = 2, s = 4$. Тогда для того чтобы начало координат системы (1) являлось центром необходимо, чтобы выполнялись условия: $13c_5d_9 - 7c_4d_{10} = 0, a_2b_0 = 0$.

Благодарности. Работа выполнена в рамках ГПНИ "Математические модели".

Литература

1. Садовский А.П. Условия возникновения проблемы центра и фокуса для A_3 -системы. *Дифференциальные уравнения*. Том 26, No. 10 (1990), 1743-1753.
2. Воронин А.С., Медведева Н.Б. Асимптотика преобразования монодромии в случае двух четных ребер диаграммы Ньютона. *Вестник ЧелГУ*. Сер. 3. Мат., Мех., Информ. Вып. 14 (2011), No. 27(242), 12-26.
3. Садовский А.П. Проблема центра и фокуса для аналитических систем с нулевой линейной частью. I. *Диф. уравнения*. Том 25, No. 5 (1989), 790-799.
4. Чергинец Д.Н. Функция соответствия для систем с простым седлом. *Вестник Бел. гос. ун-та*. Сер. 1. Физ. Мат. Информ. No. 1 (2008), 71-76.