

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Учебно-методическое объединение по естественнонаучному образованию

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра образования
Республики Беларусь


В.А. Богущ

« 07 » 09

2015 г.

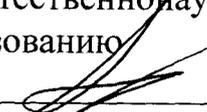
Регистрационный № ГД-6534 /тип.

АЛГЕБРА

Типовая учебная программа по учебной дисциплине для специальности
1-31 03 02 «Механика и математическое моделирование»

СОГЛАСОВАНО

Председатель
Учебно-методического объединения
по естественнонаучному
образованию


А.Л. Толстик

« 21 » 11 2014 г.

СОГЛАСОВАНО

Начальник Управления высшего
образования Министерства
образования Республики Беларусь

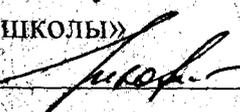

С.И. Романюк

« 07 » 09 2015 г.

СОГЛАСОВАНО

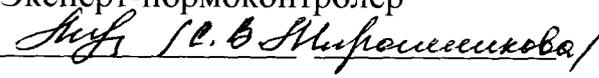
Проректор по научно-методической
работе Государственного
учреждения образования

«Республиканский институт высшей
школы»

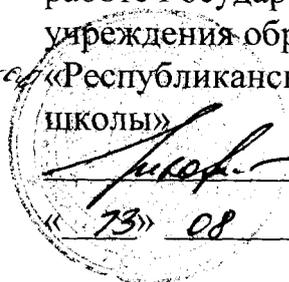
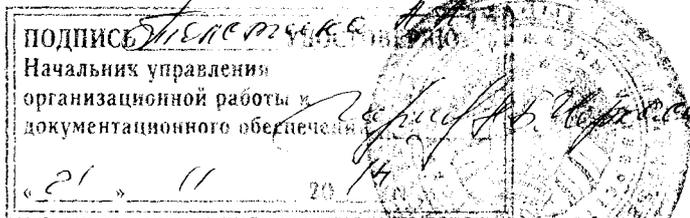

И.В. Титович

« 13 » 08 2015 г.

Эксперт-нормоконтролер


С.В. Мыромшикова

« 10 » июля 2015 г.



Минск 2015

СОСТАВИТЕЛИ:

Валерий Вацлавович Беньш-Кривец – заведующий кафедрой высшей алгебры и защиты информации Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Александр Адамович Бондаренко – доцент кафедры высшей алгебры и защиты информации Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра алгебры и геометрии Учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет им. М. Танка»;

Ирина Дмитриевна Супруненко – главный научный сотрудник Государственного научного учреждения «Институт математики Национальной академии наук Беларуси», доктор физико-математических наук.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:

Кафедрой высшей алгебры и защиты информации механико-математического факультета Белорусского государственного университета (протокол № 12 от 10 июня 2014 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 6 от 20 июня 2014 г.);

Научно-методическим советом по математике и механике Учебно-методического объединения по естественнонаучному образованию (протокол № 4 от 18 сентября 2014 г.).

Ответственный за редакцию: Валерий Вацлавович Беньш-Кривец

Ответственный за выпуск: Валерий Вацлавович Беньш-Кривец

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Алгебра» является базовой для преподавания большинства математических учебных дисциплин. Наиболее тесной является связь данной дисциплины с такими дисциплинами, как «Аналитическая геометрия», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики».

Основными методами изучения дисциплины «Алгебра» являются освоение теоретических знаний на базе лекционного курса, а также самостоятельная проработка студентами теоретического материала.

Практические навыки использования теоретических результатов при решении различных задач и упражнений отрабатываются на практических занятиях, а также в форме самостоятельной работы студентов.

Цель дисциплины «Алгебра»: обучение студентов фундаментальным методам общей алгебры, линейной алгебры, теории чисел; знакомство с основными алгебраическими структурами — группами, кольцами и полями; создание базы для освоения основных понятий и методов современной математики; формирование у студентов основ математического мышления; знакомство с методами математических доказательств; обучение алгоритмам решения конкретных математических задач; привитие студентам умения самостоятельно изучать учебную и научную литературу в области математики.

Основные задачи, решаемые в рамках изучения дисциплины «Алгебра»:

- ознакомить студентов с фундаментальными понятиями и методами линейной алгебры. Изучить матрицы и определители, методы решения систем линейных уравнений, теорию векторных пространств и линейных операторов, теорию квадратичных и билинейных форм;

- изучить комплексные числа и многочлены;

- развить у студентов аналитическое мышление и общую математическую культуру;

- привить студентам умение самостоятельно изучать учебную и научную литературу в области математики.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

- основные понятия и результаты линейной алгебры, теории билинейных и квадратичных форм;

- методы доказательств важнейших результатов, изучаемых в рамках учебной дисциплины «Алгебра»;

- алгоритмы решения задач по алгебре;

уметь:

- выполнять действия с комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме, извлекать корни из комплексных чисел, применять формулу Муавра;

- вычислять определители;

- выполнять операции над матрицами;

- решать системы линейных уравнений;

–находить базис векторного пространства, суммы и пересечения подпространств, координаты вектора в заданном базисе, находить ранг матрицы и системы векторов;

–находить собственные значения и собственные векторы матрицы и линейного оператора;

–приводить квадратичную форму к каноническому виду;

–приводить ортогональный оператор к каноническому виду;

–находить ортонормированный базис, ортогональное дополнение к подпространству;

–определять, является ли данное подмножество подгруппой в группе, подкольцом или идеалом в кольце, подполем в поле;

–производить вычисления в факторгруппе, факторкольце;

владеть:

–основными навыками решения задач, связанных с линейной алгеброй, многочленами, комплексными числами, квадратичными и билинейными формами, группами, кольцами и полями;

–методами доказательств основных теорем, встречающихся при изучении учебной дисциплины «Алгебра»;

– навыками самообразования и способами использования аппарата алгебры для проведения математических и междисциплинарных исследований.

В результате изучения дисциплины «Алгебра» студент должен обладать следующими **компетенциями**:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-5. Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью).

ПК-8. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой, разрабатывать и использовать современное учебно-методическое обеспечение.

На изучение учебной дисциплины «Алгебра» отводится 174 часа, в том числе 106 часов аудиторных занятий. Примерное распределение аудиторных часов по видам занятий: лекции – 54 часа, практические занятия – 52 часа. Рекомендуемая форма текущей аттестации – экзамен.

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№ темы	Наименование тем	Распределение часов по видам занятий		
		Всего	Лекции	Практические занятия
1	2	3	4	5
1	Арифметика целых чисел. Комплексные числа	12	6	6
2	Матрицы и операции над ними	16	8	8
3	Перестановки и подстановки. Определители и их применение	20	10	10
4	Многочлены от одной переменной	14	8	6
5	Алгебраическая операция, понятие группы, кольца, поля	10	4	6
6	Векторные пространства	16	8	8
7	Системы линейных уравнений	6	4	2
8	Линейные операторы векторных пространств	12	6	6
	Всего по дисциплине	106	54	52

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Арифметика целых чисел, комплексные числа

Теорема о делении с остатком для целых чисел. Алгоритм Евклида. Определение комплексных чисел, сопряженные комплексные числа. Тригонометрическая форма комплексного числа, формула Муавра, геометрия операций над комплексными числами. Корни n -ой степени из комплексного числа, корни n -ой степени из единицы, первообразные корни и их свойства.

Тема 2. Матрицы и операции над ними

Прямоугольные матрицы, равенство матриц, сложение и умножение матрицы на скаляр, транспонирование матриц. Умножение матриц, ассоциативность умножения матриц, связь между операциями сложения, умножения и транспонирования матриц.

Тема 3. Перестановки и подстановки. Определители и их применение

Число перестановок конечного множества, четность перестановки, число четных (нечетных) перестановок конечного множества. Число подстановок конечного множества, четность подстановки, разложение подстановки в произведение независимых циклов. Определение определителя и его свойства. Теорема Лапласа. Построение обратной матрицы, правило Крамера.

Тема 4. Многочлены от одной переменной

Определение многочлена от одной переменной, равенство многочленов, теорема о делении с остатком, теорема Безу, схема Горнера. Корни многочленов, кратные корни, рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. Основная теорема алгебры комплексных чисел, формулы Виета, приводимые многочлены над \mathbb{Q} , \mathbb{R} и \mathbb{C} .

Тема 5. Алгебраическая операция, понятие группы, кольца, поля

Определение бинарной алгебраической операции, нейтральный и симметричный элементы. Определения и примеры групп, колец, полей и их свойства.

Тема 6. Векторные пространства

Определение и примеры векторных пространств. Система образующих векторного пространства, конечномерные пространства. Линейная зависимость векторов. Базис, размерность. Координаты вектора, их изменение при изменении базиса. Матрица перехода. Ранг системы векторов. Ранг матрицы. Подпространство, его размерность. Сумма и пересечение подпространств, связь их размерностей. Прямая сумма подпространств.

Тема 7. Системы линейных уравнений

Системы линейных уравнений, однородные системы. Теорема Кронекера—Капелли. Фундаментальная система решений. Структура

множества решений произвольной системы линейных уравнений.

Тема 8. Линейные операторы векторных пространств

Линейный оператор, его ядро и образ. Ранг и дефект. Матрица линейного оператора. Изменение матрицы оператора при переходе к другому базису. Алгебраические действия над линейными операторами. Матрица композиции и суммы линейных операторов. Условия обратимости оператора. Инвариантное подпространство. Сужение оператора на инвариантное подпространство. Матрица оператора при наличии инвариантного подпространства, при разложении пространства в прямую сумму инвариантных подпространств. Собственное значение и собственный вектор оператора. Характеристический многочлен оператора.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

- 1 Милованов М.В., Тышкевич Р.И., Феденко А.С. Алгебра и аналитическая геометрия. Т. 1. Мн.: Амалфея, 2001.
- 2 Милованов М.В., Толкачев М.М., Тышкевич Р.И., Феденко А.С. Алгебра и аналитическая геометрия. Т. 2. Мн.: Амалфея, 2001.
- 3 Бурдун А.А., Мурашко Е.А., Толкачев М.М., Феденко А.С. Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии. Мн.: Университетское, 1999.
- 4 Монахов В.С., Бузланов А.В. Алгебра и теория чисел: практикум. Минск: Изд. центр БГУ, 2007.
- 5 Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре. М.: Наука, 1974.
- 6 Фаддеев Д. К., Соминский И. С. Сборник задач по высшей алгебре. М.: Наука, 1977.
- 7 Баркович О.А. Алгебра: задания для практических занятий и самостоятельной работы. В 2 ч. Ч. 1. Введение в алгебру. Минск: БГПУ, 2005.
- 8 Баркович О.А. Алгебра: задания для практических занятий и самостоятельной работы. В 2 ч. Ч. 2. Линейная алгебра. Минск: БГПУ, 2006.
- 9 Кострикин А.И. Введение в алгебру. Т. 1—3. М.: Физ.—мат. литература, 2000-2001.
- 10 Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. М.: МЦНМО, 1998.
- 11 Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1965 (и более поздние издания).
- 12 Мальцев И.М. Основы линейной алгебры. М.: Наука, 1970.
- 13 Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. М.: Наука, 1984.
- 14 Винберг Э.Б. Курс алгебры. М.: Факториал—пресс, 2001.
- 15 Виноградов И.М. Основы теории чисел. М.: Наука, 1976.

Дополнительная литература

- 16 Айерлэнд К., Роузен М. Классическое введение в современную теорию чисел. М.: Мир, 1987.
- 17 Ван дер Варден Алгебра. М.: Наука, 1976.
- 18 Кострикин А.И., Манин Ю.И. Линейная алгебра и геометрия. М.: Наука, 1983.
- 19 Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. М.: Наука, 1972.
- 20 Ленг С. Алгебра. М.: Мир, 1968.
- 21 Сборник задач по алгебре. Под ред. А. И. Кострикина. М.: Наука, 1987.

Перечень рекомендуемых средств диагностики

Контроль освоения теоретического материала проводится в форме экзаменов, коллоквиумов, самостоятельных работ и опросов на практических занятиях.

Контроль освоения практических навыков осуществляется во время практических занятий в форме проверки домашних заданий, а также на контрольных работах и зачетах.

С целью текущего контроля предусматривается проведение контрольных работ (как правило, по одной на тему) и домашних работ по индивидуальным заданиям (как правило, по одной на практическое занятие). По итогам каждого семестра проводится экзамен.

Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине

Самостоятельная работа студентов - это любая деятельность, связанная с воспитанием мышления будущего профессионала. В широком смысле под самостоятельной работой следует понимать совокупность всей самостоятельной деятельности студентов как в учебной аудитории, так и вне её, в контакте с преподавателем и в его отсутствие.

Самостоятельная работа реализуется:

1. Непосредственно в процессе аудиторных занятий - на лекциях, практических и семинарских занятиях, при выполнении лабораторных работ.
2. В контакте с преподавателем вне рамок расписания - на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.
3. В библиотеке, дома, в общежитии, на кафедре при выполнении студентом учебных и творческих задач.

При изучении дисциплины организация самостоятельной работы студентов должна представлять единство трех взаимосвязанных форм:

1. внеаудиторная самостоятельная работа;
2. аудиторная самостоятельная работа, которая осуществляется под непосредственным руководством преподавателя;
3. творческая, в том числе научно-исследовательская работа.

Виды внеаудиторной самостоятельной работы студентов разнообразны: подготовка и написание рефератов, докладов, очерков и других письменных работ на заданные темы.

Аудиторная самостоятельная работа может реализовываться при проведении практических занятий, семинаров, выполнении лабораторного практикума и во время чтения лекций.

При чтении лекционного курса непосредственно в аудитории необходимо контролировать усвоение материала основной массой студентов путем проведения экспресс-опросов по конкретным темам.

На практических и семинарских занятиях различные виды самостоятельной работы студентов позволяют сделать процесс обучения более интересным и поднять активность значительной части студентов в группе.

На практических занятиях нужно не менее 1 часа из двух (50% времени) отводить на самостоятельное решение задач. Практические занятия целесообразно строить следующим образом: 1. Вводное слово преподавателя (цели занятия, основные вопросы, которые должны быть рассмотрены). 2. Беглый опрос. 3. Решение 1-2 типовых задач. 4. Самостоятельное решение задач. 5. Разбор типовых ошибок при решении (в конце текущего занятия или в начале следующего).