

Министерство образования Республики Беларусь
Учебно-методическое объединение по естественнонаучному образованию

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра образования
Республики Беларусь


В.А. Богуш

13.08.2015

Регистрационный № ТД-0/529/тип.

**АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И
ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

Типовая учебная программа по учебной дисциплине
для специальностей:

1-31 04 01 Физика (по направлениям),
направления, специальности

1-31 04 01-01 Физика (научно-исследовательская деятельность);

1-31 04 06 Ядерная физика и технологии;

1-31 04 07 Физика наноматериалов и нанотехнологий;

1-31 04 08 Компьютерная физика

СОГЛАСОВАНО

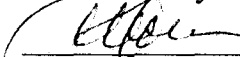
Председатель Учебно-методического
объединения по естественнонаучно-
му образованию




А.Л. Толстик

СОГЛАСОВАНО

Начальник управления высшего
образования Министерства образо-
вания Республики Беларусь

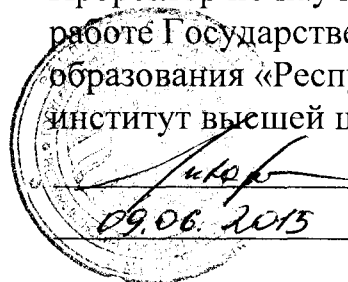


24.08.2015

С.И. Романюк

СОГЛАСОВАНО

Проректор по научно-методической
работе Государственного учреждения
образования «Республиканский
институт высшей школы»




И.В. Титович

09.06.2015

Эксперт-нормоконтролер



28.05.2015

Минск 2015

СОСТАВИТЕЛИ:

Н.Г. Абрашина-Жадаева – заведующая кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук Российской Федерации, доцент;

Н.К. Филиппова – доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Л.Л. Березкина – доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра алгебры и геометрии математического факультета Учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет им. М.Танка»;

И.В. Белько – профессор кафедры высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный аграрный технический университет», доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:

Кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета

(протокол № 10 от 29 мая 2013 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета
(протокол № 6 от 27 июня 2013 г.);

Научно-методическим советом по физике Учебно-методического объединения по естественнонаучному образованию

(протокол № 1 от 12 сентября 2013 г.).

Ответственный за редакцию: Н.К. Филиппова

Ответственный за выпуск: Н.К. Филиппова

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Типовая учебная программа по учебной дисциплине «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» составлена в соответствии с требованиями образовательных стандартов высшего образования первой ступени по специальностям: 1-31 04 06 «Ядерная физика и технологии», 1-31 04 07 «Физика наноматериалов и нанотехнологий», 1-31 04 08 «Компьютерная физика», 1-31 04 01 «Физика (по направлениям)». Заложенные в основу программы вопросы отвечают современному состоянию теории алгебры и геометрии в той же мере, как это требуется будущим специалистам по физике, радиофизике и электронике.

Курс аналитической геометрии и линейной алгебры не предполагает специальной математической подготовки и базируется на знании математики в объеме программы средней школы.

Данная дисциплина взаимосвязана с учебными дисциплинами: «Математический анализ», «Дифференциальные и интегральные уравнения», «Механика», «Теоретическая механика», «Квантовая механика».

Целью курса является систематизация известных со школьного курса математики и изучение новых понятий и методов аналитической геометрии и линейной алгебры, развитие логического мышления и способности оперирования с абстрактными объектами, овладение техникой математических рассуждений и доказательств; формирование представления о месте и роли математики в современной науке, технике и производстве; воспитание математической культуры; формирование первичных навыков научного исследования и самостоятельной работы;

Задача изучения курса как фундаментальной дисциплины состоит в том, чтобы студент развил логическое мышление, освоил приемы исследования и решения математически формализованных физических задач, а также аппарат векторной и линейной алгебры, используемый в параллельных и последующих физических и математических курсах.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- основные геометрические понятия, различные системы координат;
- линии и поверхности второго порядка;
- свойства матриц и определителей;
- билинейные и квадратичные формы;
- евклидовы и унитарные пространства;
- линейные операторы и их матрицы, группы;
- геометрические объекты-тензоры в линейном пространстве;

уметь:

- выполнять действия над векторами и матрицами;
- записывать основные уравнения прямых, кривых и поверхностей второго порядка;

- решать системы линейных уравнений различными способами;
- приводить матрицу линейного преобразования к диагональному виду;
- приводить уравнения кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду;

– записывать закон преобразования тензоров;

владеть:

- методами решения систем линейных уравнений;
- математическими методами в формализации прикладных задач.

Программа рассчитана на 194 часа, из них аудиторных – 106 часов (примерное распределение по видам занятий: лекции – 44 часа, практические занятия – 62 часа). Рекомендуемая форма итогового контроля – 2 экзамена.

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№ п/п	Название темы	Лекции	Практические занятия	Всего
1	Матрицы и определители квадратной матрицы.	3	3	6
2	Векторная алгебра	7	8	15
3	Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве	4	15	19
4	Линейные пространства	4	8	12
5	Системы линейных уравнений	4	6	10
6	Линейные операторы.	7	7	14
7	Билинейные и квадратичные формы	3	2	5
8	Евклидовы пространства	3	1	4
9	Линейные операторы в евклидовых пространствах	4	5	9
10	Элементы теории групп	1	0	1
11	Тензорная алгебра	4	7	11
	Итого	44	62	106

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

1. Матрицы и определители квадратных матриц.

Матрицы. Линейное пространство матриц. Умножение и транспонирование матриц. Матрицы специального вида. Определитель квадратной матрицы и его свойства. Теорема об определителе произведения двух матриц. Обратная матрица.

2. Векторная алгебра.

Понятие вектора. Свободные и связанные векторы. Линейное пространство геометрических векторов. Разложение вектора по базису. Аффин-

ная система координат. Декартова прямоугольная система координат. Скалярное и векторное произведения: свойства, механический смысл, вычисление в ортонормированном базисе. Смешанное произведение: свойства, геометрический смысл вычисление в ортонормированном базисе. Двойное векторное произведения. Тождество Якоби.

3. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.

Основные виды уравнений прямой на плоскости и в пространстве.

Уравнения плоскости. Пучок прямых на плоскости и плоскостей в пространстве. Расстояние от точки до прямой на плоскости и от точки до плоскости в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.

Определения эллипса, гиперболы, параболы и вывод их канонических уравнений. Параметрические уравнения эллипса. Директрисы и эксцентриситет эллипса и гиперболы. Полярные уравнения эллипса, гиперболы, параболы. Оптические свойства эллипса, гиперболы, параболы. Определение канонического уравнения второй степени. Классификация кривых и поверхностей второго порядка. Исследование поверхностей второго порядка методом параллельных сечений. Прямолинейные образующие.

4. Линейные пространства.

Определение линейного пространства и простейшие следствия из аксиом. Линейная зависимость и независимость. Базис и координаты. Связь между размерностью и базисом. Преобразования базиса и координат, матрица перехода. Подпространства. Сумма и пересечение подпространств, прямая сумма подпространств. Линейная оболочка. Формула размерности Грассмана.

5. Системы линейных уравнений.

Ранг матрицы и размерность линейной оболочки ее столбцов. Элементарные преобразования над матрицами. Матричные уравнения. Критерий совместности. Системы крамеровского типа. Теорема о базисном миноре. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Базис и размерность пространства решений однородной системы. Фундаментальная система решений.

6. Линейные операторы.

Понятие линейного оператора. Образ и ядро линейного оператора. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Операции над линейными операторами. Обратный оператор. Изоморфизм линейных пространств. Собственные значения и собственные векторы. Присоединенные векторы. Приведение квадратной матрицы к диагональному виду. Канонический вид линейных операторов. Жорданова нормальная форма матрицы.

7. Билинейные и квадратичные формы.

Билинейная форма и ее матрица. Изменение матрицы билинейной формы при изменении базиса. Симметричная билинейная форма. Квадратичные формы. Изменение матрицы квадратичной формы при изменении базиса. Канонический и нормальный виды квадратичной формы. Закон инерции.

Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

8. Евклидовы пространства.

Скалярное произведение. Вещественные и комплексные евклидовы пространства, псевдоевклидовы пространства. Понятия длины и угла. Существование ортогонального базиса. Разложение пространства на прямую сумму подпространств. Изоморфизм евклидовых пространств.

9. Линейные операторы в евклидовых пространствах.

Ортогональные и унитарные матрицы. Эрмитовы и симметричные матрицы. Самосопряженные операторы. Свойства собственных значений и собственных векторов самосопряженного оператора. Приводимость эрмитовых и симметричных матриц к диагональному виду. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогональных преобразований. Одновременное приведение к каноническому виду пары квадратичных форм. Изометрии. Приведение к каноническому виду уравнения фигур второго порядка.

10. Элементы теории групп.

Понятие группы. Основные свойства групп. Примеры групп.

11. Тензорная алгебра.

Общее определение тензора. Алгебраические операции над тензорами. Тензоры в евклидовых пространствах.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень рекомендуемых средств диагностики знаний

1. Тестовые задания по отдельным разделам (темам) дисциплины;
2. Коллоквиумы-2;
3. Устные опросы;
4. Контрольные работы- 3.

Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы

Для успешного освоения курса “Аналитическая геометрия и линейная алгебра” студенты должны владеть теоретическим материалом в объеме программы и выполнять задания семинарских занятий. После каждого практического занятия студентам предлагается самостоятельно выполнить домашнее задание. Не все вопросы, перечисленные в программе, выносятся на лекцию. В целях развития навыков работы с учебной и научной литературой студентам предлагается часть вопросов изучить самостоятельно по литературе, указанной в конце программы.

В процессе изучения дисциплины студенты должны самостоятельно овладеть следующими темами:

1. Вывод канонических уравнений кривых второго порядка;
2. Исследование поверхностей второго порядка методом параллельных сечений.

3. Приведение матрицы линейного оператора к Жордановой форме.

4. Образ и ядро линейного оператора.

Для получения навыков использования математического аппарата предлагаются индивидуальные задания, которые позволяют повысить интерес студентов к математическим дисциплинам и стимулировать их изучение.

Оценка результатов самостоятельной работы организуется как единство двух форм: самоконтроль и контроль со стороны преподавателя. Для самостоятельной работы студентов предлагаются сетевые образовательные ресурсы, (на сайте факультета, персональных сайтах преподавателей), а также различные методические разработки и специальная учебная литература.

По курсу “Аналитическая геометрия и линейная алгебра” предусматриваются следующие формы контроля знаний студентов в соответствии с рабочим учебным планом и принятой в университете рейтинговой системой оценки знаний студентов: выполнение заданий на семинарских занятиях, домашних заданий, индивидуальных заданий, проведение письменных экспресс-опросов и итогового опроса в письменно-устной форме по лекционному материалу, выполнение промежуточных и итоговых контрольных работ.

Рекомендации по текущему контролю качества усвоения знаний и проведению аттестации

Итоговая аттестация по дисциплине осуществляется на экзамене. Оценка на экзамене выставляется по десятибалльной шкале.

Для текущего контроля и самоконтроля знаний по данной дисциплине рекомендуется использовать тестовые задания по отдельным разделам (темам) дисциплины, коллоквиумы, контрольные работы и устные опросы.

Рекомендуемые темы контрольных работ

1. Элементы векторной алгебры. Прямые и плоскости. Кривые и поверхности второго порядка.
2. Матрицы и определители. Линейные пространства. Системы линейных уравнений.
3. Билинейные и квадратичные формы. Линейные операторы. Евклидовы пространства. Линейные операторы в евклидовых пространствах.

Рекомендуемые темы коллоквиумов

1. Прямые и плоскости. Кривые второго порядка.
2. Линейные пространства. Линейные операторы. Евклидовы пространства. Тензорная алгебра.

Рекомендуемая литература

Основная

1. *Ильин, В.А.* Аналитическая геометрия / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. —223 с.
2. *Ильин, В.А.* Линейная алгебра / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. —280 с.

3. *Беклемишев, Д.В.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Д.В. Беклемишев — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 304 с.
4. *Умнов, А.Е.* Аналитическая геометрия и линейная алгебра / А.Е. Умнов — М.: МФТИ, 2011. — 570 с.
5. *Березкина, Л.Л.* Аналитическая геометрия и линейная алгебра / Л.Л. Березкина — Мн.: РИВШ, 2012. — 354 с.
6. *Абрашина-Жадаева, Н.Г.* Аналитическая геометрия в примерах и задачах / Н.Г. Абрашина-Жадаева, Л.Л. Березкина, А.Н. Ковальчук, Н.К. Филиппова — Мн.: РИВШ, 2008. — 156 с.
7. *Бурдун, А.А.* Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии / А.А. Бурдун, Е.А. Мурашко, М.М. Толкачев, А.С. Феденко — Мн.: Універсітэцкае, 1999. — 302с
8. *Рашевский, П.К.* Риманова геометрия и тензорный анализ / П.К. Рашевский. — М.: Наука, 1987. — 664 с.
9. *Абрашина-Жадаева, Н.Г.* Основы векторного и тензорного анализа: теория, задачи: учебное пособие для студентов высших учебных заведений по физическим и радиофизическим специальностям / Н. Г. Абрашина-Жадаева, И. А. Тимощенко. — Мн.: БГУ, 2011. - 255 с.

Дополнительная

1. *Милованов, М.В.* Алгебра и аналитическая геометрия. Ч.1 / М.В. Милованов, М.М.Толкачев Р.И. Тышкевич, А.С. Феденко — Мн.: Вышэйшая школа, 1984. — 302 с.
2. *Милованов, М.В.* Алгебра и аналитическая геометрия. Ч.2 / М.В. Милованов, М.М.Толкачев Р.И. Тышкевич, А.С. Феденко — Мн.: Вышэйшая школа, 1987. — 300 с.
3. *Русак, В.Н.* Курс вышэйшай матэматыкі. Алгебра і геаметрыя, аналіз функцый адной зменнай / В.Н. Русак, Л. Шлома, В.К. Ахраменка, А.Крачкоўскі — Мн.: Вышэйшая школа, 1994. — 431 с.
4. *Шикин, Е.В.* Линейные пространства и отображения / Е.В. Шикин — М.: МГУ, 1987. — 302 с.
5. *Апатенок, Р.Ф.* Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии / Р.Ф. Апатенок, А.М. Маркина, Н.В. Попова, В.Б Хейнман — Мн.: Вышэйшая школа, 1986. — 285.
6. *Апатенок, Р.Ф.* Сборник задач по линейной алгебре и аналитической геометрии / Р.Ф. Апатенок, А.М. Маркина, В.Б. Хейнман — Мн.: Вышэйшая школа, 1990. — 186с.
7. *Мак-Коннел, А.Дж.* Введение в тензорный анализ с приложениями к геометрии, механике и физике / А.Дж. Мак-Коннел. — М.: Физматгиз, 1963. — 411 с.