

Министерство образования Республики Беларусь
Учебно-методическое объединение по естественнонаучному образованию

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра образования
Республики Беларусь


В.А. Богуш

13.08.2015
Регистрационный № РД-С.528/тип.

**АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ
И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

Типовая учебная программа по учебной дисциплине
для специальностей:

- 1-31 04 02 Радиофизика; 1-31 04 03 Физическая электроника;
1-31 04 04 Аэрокосмические радиоэлектронные
и информационные системы и технологии;
1-31 03 07 Прикладная информатика (по направлениям),
направления специальности 1-31 03 07-02 Прикладная информатика
(информационные технологии телекоммуникационных систем);
1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям),
направления специальности 1-98 01 01-02 Компьютерная безопасность
(радиофизические методы и программно-технические средства)

СОГЛАСОВАНО

Председатель Учебно-методического
объединения по естественнонаучно-
му образованию




Л. Толстик

СОГЛАСОВАНО

Начальник управления высшего
образования Министерства образо-
вания Республики Беларусь



24.08.2015 С.И. Романюк

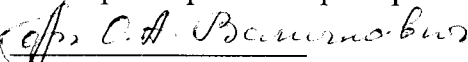
СОГЛАСОВАНО

Проректор по научно-методической
работе Государственного учреждения
образования «Республиканский
институт высшей школы»


И.В. Титович

04.06.2015

Эксперт-нормоконтролер



28.05.2015

Минск 2015

СОСТАВИТЕЛИ:

Н.Г. Абрашина-Жадаева – заведующая кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук Российской Федерации, доцент;

Л.Л. Березкина – доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

А.А. Егоров – доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Н.К. Филиппова – доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра высшей математики № 1 Белорусского национального технического университета;

С.С. Белявский – доцент кафедры прикладной математики и экономической кибернетики Учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:

Кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета

(протокол № 10 от 29 мая 2013 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета
(протокол № 6 от 27 июня 2013 г.);

Научно-методическим советом по физике Учебно-методического объединения по естественнонаучному образованию

(протокол № 1 от 12 сентября 2013 г.).

Ответственный за редакцию: Л.Л. Березкина

Ответственный за выпуск: Л.Л. Березкина

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» является базовой дисциплиной общенаучного и общепрофессионального цикла.

Целью изучения дисциплины является формирование систематизированных знаний и навыков по таким разделам высшей математики, как аналитическая геометрия и линейная алгебра, а также развитие логического мышления и способности оперирования с абстрактными объектами, овладение техникой математических рассуждений и доказательств; воспитание математической культуры.

Основная задача дисциплины – обеспечить глубокую подготовку, выработать навыки исследования и решения типовых задач аналитической геометрии и линейной алгебры.

Дисциплина базируется на знании математики в объеме программы общего среднего образования.

Данная дисциплина взаимосвязана с учебными дисциплинами: «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Общая физика», «Численные методы».

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- основы аналитической геометрии и линейной алгебры;
- основы функционального анализа и теории групп;

уметь:

- производить действия над матрицами;
- решать алгебраические системы уравнений;
- исследовать форму и ориентацию линий и поверхностей;

владеть:

– навыками применения знаний в области аналитической геометрии и линейной алгебры в учебе и работе.

Программа учебной дисциплины составлена в соответствии с требованиями образовательных стандартов по специальностям: 1-31 04 02 «Радиофизика», 1-31 04 03 «Физическая электроника», 1-31 04 04 «Аэрокосмические радиоэлектронные и информационные системы и технологии», 1-31 03 07 «Прикладная информатика (по направлениям)», 1-98 01 01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)».

Программа рассчитана максимально на 168 часов, из них аудиторных – 108 часов (примерное распределение по видам занятий: лекции – 60 часов, практические – 48 часов).

Рекомендуемая форма итогового контроля – 2 экзамена.

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№ п/п	Название темы	Лекции	Практические занятия	Всего
1	Элементы векторной алгебры.	6	6	12
2	Прямые и плоскости	3	8	11
3	Линии и поверхности второго порядка	7	4	11
4	Матрицы и определители квадратных матриц	5	6	11
5	Системы линейных уравнений	5	4	9
6	Линейные пространства	6	4	10
7	Линейные операторы	6	8	14
8	Билинейные и квадратичные формы	6	2	8
9	Евклидовы и унитарные пространства	4	2	6
10	Линейные операторы в евклидовых и унитарных пространствах	6	4	10
11	Элементы тензорного исчисления	4	0	4
12	Элементы теории групп	2	0	2
	Итого	60	48	108

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

1. Элементы векторной алгебры.

Понятие вектора. Свободные и связанные векторы. Линейные операции над векторами. Разложение вектора по базису. Аффинная система координат. Декартова прямоугольная система координат. Определители второго и третьего порядков. Скалярное и векторное произведения: свойства, механический и геометрический смысл, вычисление в ортонормированном базисе. Смешанное произведение: свойства, геометрический смысл, вычисление в ортонормированном базисе. Критерии коллинеарности, компланарности и перпендикулярности векторов. Двойное векторное произведение. Тождество Якоби.

2. Прямые и плоскости.

Основные виды уравнений прямой на плоскости и в пространстве. Уравнения плоскости. Пучок прямых на плоскости и пучок плоскостей в пространстве. Расстояние от точки до прямой на плоскости и от точки до плоскости в пространстве. Взаимное расположение прямых на плоскости и в пространстве, взаимное расположение прямых и плоскостей.

3. Линии и поверхности второго порядка.

Определения эллипса, гиперболы, параболы и их канонические уравне-

ния. Директрисы и эксцентриситет эллипса и гиперболы. Полярные уравнения эллипса, гиперболы, параболы. Оптические свойства эллипса, гиперболы, параболы. Касательные к эллипсу, гиперболе, параболе. Определение канонического уравнения второй степени. Классификация линий и поверхностей второго порядка. Исследование поверхностей второго порядка методом параллельных сечений. Прямолинейные образующие.

4. Матрицы и определители квадратных матриц.

Матрицы и линейные операции над ними. След матрицы. Умножение и транспонирование матриц. Блочные матрицы. Определитель и его свойства. Теорема об определителе произведения матриц. Теоремы аннулирования и замещения. Обратная матрица.

5. Системы линейных уравнений.

Матричные уравнения и их связь с системами линейных уравнений. Правило Крамера. Критерий совместности системы линейных уравнений. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Теорема о ранге произведения матриц. Метод Гаусса исключения неизвестных. Однородные системы линейных уравнений, фундаментальная система решений. Общее решение неоднородной системы.

6. Линейные пространства.

Определение линейного пространства и простейшие следствия из аксиом. Линейная зависимость и независимость. Базис и координаты. Размерность линейного пространства, связь между размерностью и базисом. Понятие аффинного пространства. R^n как пример аффинного, евклидова и метрического пространств. Подпространства. Сумма и пересечение подпространств, прямая сумма. Линейная оболочка системы элементов линейного пространства. Размерность линейной оболочки строк или столбцов матрицы. Преобразования базиса и координат, матрица перехода от одного базиса к другому.

7. Линейные операторы.

Понятие линейного оператора. Образ и ядро линейного оператора. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Операции над линейными операторами. Обратный оператор. Изоморфизм линейных пространств. Пространство линейных форм (сопряженное пространство). Собственные значения и собственные векторы. Присоединенные векторы. Приведение квадратной матрицы к диагональному виду. Жорданова нормальная форма матрицы.

8. Билинейные и квадратичные формы.

Билинейная форма и ее матрица. Изменение матрицы билинейной формы при изменении базиса. Симметричные билинейные формы. Квадратичные формы и их связь с билинейными. Изменение матрицы квадратичной формы при изменении базиса. Канонический и нормальный виды квадратичной формы. Закон инерции. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

9. Евклидовы и унитарные пространства.

Аксиоматическое определение скалярного произведения. Евклидовы и

унитарные пространства, псевдоевклидовы пространства. Понятия длины и угла. Неравенства Коши-Буняковского и треугольника. Существование ортонормированного базиса (процесс ортогонализации Грама-Шмидта). Матрица Грама и ее свойства. Выражение скалярного произведения через координаты перемножаемых векторов в различных базисах. Разложение евклидова или унитарного пространства в прямую сумму подпространств. Изоморфизм евклидовых пространств.

10. Линейные операторы в евклидовых и унитарных пространствах.

Ортогональные, унитарные, эрмитовы и симметричные матрицы. Сопряженный линейный оператор и его матрица. Самосопряженные линейные операторы. Свойства собственных значений и собственных векторов самосопряженного оператора. Приводимость эрмитовых и симметричных матриц к диагональному виду. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогональных преобразований. Одновременное приведение к каноническому виду пары квадратичных форм. Приведение к каноническому виду уравнений линий и поверхностей второго порядка. Изометрии и их свойства. Классификация линейных операторов на евклидовой плоскости и в трехмерном евклидовом пространстве.

11. Элементы тензорного исчисления.

Общее определение тензора. Основные операции над тензорами. Тензоры в евклидовых пространствах. Операции поднятия и опускания индексов. Евклидов (ортогональный) тензор.

12. Элементы теории групп.

Понятие группы и подгруппы. Основные свойства групп. Изоморфизм групп. Группа преобразований Лоренца.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Рекомендации по текущему контролю качества усвоения знаний

Итоговый контроль по дисциплине осуществляется на экзаменах. Оценка на экзамене выставляется по десятибалльной шкале.

Для текущего контроля и самоконтроля знаний по данной дисциплине рекомендуется использовать тестовые задания по отдельным разделам (темам) дисциплины, коллоквиумы, контрольные работы и устные опросы. Для общей оценки качества усвоения студентами учебного материала рекомендуется использование рейтинговой системы.

В целях развития навыков работы с учебной и научной литературой студентам предлагается часть вопросов изучить самостоятельно по литературе, указанной в конце программы.

Перечень рекомендуемых средств диагностики знаний

1. Тестовые задания по отдельным разделам (темам) дисциплины.

2. Коллоквиумы – 2.
3. Устные опросы.
4. Контрольные работы – 4.

Рекомендуемые темы контрольных работ

1. Элементы векторной алгебры. Прямые и плоскости.
2. Линии и поверхности второго порядка. Матрицы и определители.
3. Системы линейных уравнений. Линейная зависимость и независимость.
4. Собственные и присоединенные векторы, приведение квадратной матрицы к диагональному виду. Квадратичные формы. Приведение к каноническому виду уравнений линий и поверхностей второго порядка.

Рекомендуемые темы коллоквиумов

1. Элементы векторной алгебры.
2. Линейные пространства. Линейные операторы.

Рекомендуемые темы для самостоятельной работы студентов

1. Пучок прямых на плоскости. Пучок плоскостей.
2. Прямолинейные образующие.
3. Блочные матрицы.
4. Образ и ядро линейного оператора. Теорема о ранге произведения линейных операторов.
5. Жорданова нормальная форма матрицы.
6. Одновременное приведение к каноническому виду пары квадратичных форм.

Рекомендуемая литература

Основная

1. *Березкина, Л.Л.* Аналитическая геометрия и линейная алгебра / Л.Л. Березкина — Мн.: РИВШ, 2012. — 354 с.
2. *Беклемишев, Д.В.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Д.В. Беклемишев — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 304 с.
3. *Ильин, В.А.* Аналитическая геометрия / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 223 с.
4. *Ильин, В.А.* Линейная алгебра / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 280 с.
5. *Абрашина-Жадаева, Н.Г.* Аналитическая геометрия в примерах и задачах / Н.Г. Абрашина-Жадаева, Л.Л. Березкина, А.Н. Ковальчук, Н.К. Филиппова — Мн.: РИВШ, 2008. — 156 с.
6. *Бурдун, А.А.* Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии / А.А. Бурдун, Е.А. Мурашко, М.М. Толкачев, А.С. Феденко — Мн.: Універсітэцкае, 1999. — 302 с.

Дополнительная

1. *Умнов, А.Е.* Аналитическая геометрия и линейная алгебра / А.Е. Умнов — М.: МФТИ, 2011. — 570 с.

2. *Милованов, М.В.* Алгебра и аналитическая геометрия. Ч.1 / М.В. Милованов, М.М.Толкачев Р.И. Тышкевич, А.С. Феденко — Мн.: Вышэйшая школа, 1984. —302 с.
3. *Милованов, М.В.* Алгебра и аналитическая геометрия. Ч.2 / М.В. Милованов, М.М.Толкачев Р.И. Тышкевич, А.С. Феденко — Мн.: Вышэйшая школа, 1987. —300 с.
4. *Шикин, Е.В.* Линейные пространства и отображения / Е.В. Шикин — М.: МГУ, 1987. — 302 с.
5. *Русак, В.Н.* Курс вышэйшай матэматыкі. Алгебра і геаметрыя, аналіз функцый адной зменнай / В.Н. Русак, Л. Шлома, В.К. Ахраменка, А.Крачкоўскі — Мн.: Вышэйшая школа, 1994. —431 с.
6. *Апатенок, Р.Ф.* Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии / Р.Ф. Апатенок, А.М. Маркина, Н.В. Попова, В.Б Хейнман — Мн.: Вышэйшая школа, 1986. —285.
7. *Апатенок, Р.Ф.* Сборник задач по линейной алгебре и аналитической геометрии / Р.Ф. Апатенок, А.М. Маркина, В.Б. Хейнман — Мн.: Вышэйшая школа, 1990. —186с.