

Министерство образования Республики Беларусь  
Учебно-методическое объединение по естественнонаучному образованию

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра образования  
Республики Беларусь

 В.А. Богуш

13.08.2015

Регистрационный № ТД-4527/тип.

**АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И  
ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

Типовая учебная программа по учебной дисциплине  
для специальности

1-31 04 01 Физика (по направлениям),  
направлений специальности

1-31 04 01-02 Физика (производственная деятельность),

1-31 04 01-03 Физика (научно-педагогическая деятельность),

1-31 04 01-04 Физика (управленческая деятельность)

СОГЛАСОВАНО

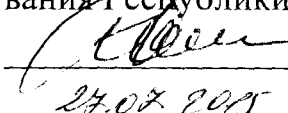
Председатель Учебно-методического  
объединения по естественнонаучно-  
му образованию



 . Толстик

СОГЛАСОВАНО

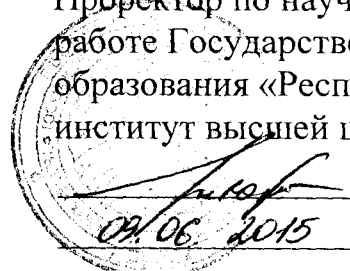
Начальник управления высшего  
образования Министерства образо-  
вания Республики Беларусь



24.07.2015 С.И. Романюк

СОГЛАСОВАНО

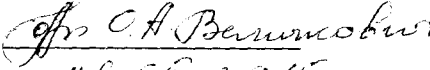
Проректор по научно-методической  
работе Государственного учреждения  
образования «Республиканский  
институт высшей школы»



 И.В. Титович

09.06.2015

Эксперт-нормоконтролер



28.05.2015

Минск 2015

**СОСТАВИТЕЛИ:**

**Н.Г. Абрашина-Жадаева** – заведующая кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук Российской Федерации, доцент;

**Н.К. Филиппова** – доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

**Л.Л. Березкина** – доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

**Кафедра** алгебры и геометрии математического факультета Учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет им. М. Танка»;

**И.В. Белько** – профессор кафедры высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный аграрный технический университет», доктор физико-математических наук, профессор.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:**

Кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета  
(протокол № 10 от 29 мая 2013 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета  
(протокол № 6 от 27 июня 2013 г.);

Научно-методическим советом по физике Учебно-методического объединения по естественнонаучному образованию  
(протокол № 1 от 12 сентября 2013 г.).

Ответственный за редакцию: Н.К. Филиппова

Ответственный за выпуск: Н.К. Филиппова

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» является базовой дисциплиной общенаучного и общепрофессионального цикла.

Курс аналитической геометрии и линейной алгебры не предполагает специальной математической подготовки. Для его успешного усвоения необходимы знания на уровне среднего образования и владения навыками работы с вещественными числами и элементарными функциями.

Целями преподавания курса является систематизация известных со школьного курса математики и изучение новых понятий и методов аналитической геометрии и линейной алгебры; развитие логического мышления и способности оперирования с абстрактными объектами, овладение техникой математических рассуждений и доказательств; воспитание математической культуры;

Задача изучения курса как фундаментальной учебной дисциплины состоит в том, чтобы студент развил логическое мышление, освоил приемы исследования и решения математически формализованных физических задач, а также подготовить аппарат векторной и линейной алгебры, используемый в параллельных и последующих физических и математических курсах, а также в профессиональной деятельности.

Заложенные в основу программы вопросы отвечают современному состоянию теории алгебры и геометрии в той же мере, как это требуется будущим специалистам по физике, радиофизике и электронике.

Основным планируемым результатом является применение базовых и специальных естественнонаучных и математических знаний в областях физики и информатики, достаточные для комплексной инженерной деятельности. Данная дисциплина взаимосвязана с учебными дисциплинами: «Математический анализ», «Дифференциальные и интегральные уравнения», «Механика», «Теоретическая механика», «Квантовая механика».

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

**знать:**

- основные геометрические понятия, различные системы координат;
- линии и поверхности второго порядка;
- свойства матриц и определителей;
- билинейные и квадратичные формы;
- евклидовы и унитарные пространства;
- линейные операторы и их матрицы;

**уметь:**

- выполнять действия над векторами и матрицами;
- записывать основные уравнения прямых, кривых и поверхностей второго порядка;
- решать системы линейных уравнений различными способами;
- приводить матрицу линейного преобразования к диагональному виду;

- приводить матрицу линейного преобразования к диагональному виду;
- приводить уравнения кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду;

**владеть:**

- методами решения систем линейных уравнений;
- методами приведения уравнения кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду.

Освоение данной образовательной программы должно обеспечить формирование следующих компетенций:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникации.

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

СЛК-6. Уметь работать в команде

ПК-1. Применять знания теоретических и экспериментальных основ физики, современных технологий и материалов, методы исследования физических объектов, методы измерения физических величин, методы автоматизации эксперимента.

ПК-2. Использовать новейшие открытия в естествознании, методы научного анализа, информационные образовательные технологии, физические основы современных технологических процессов, научное оборудование и аппаратуру.

ПК-6. Применять полученные знания фундаментальных положений физики, экспериментальных, теоретических и компьютерных методов исследования, планирования, организации и ведения научно-исследовательской, научно-производственной и научно-педагогической работы.

Типовая учебная программа по учебной дисциплине «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта по специальности 1-31 04 01 «Физика (по направлениям)».

Общее количество часов – 180; количество аудиторных часов – 108, из них: лекции – 52 часа, практические занятия – 56 часов.

Рекомендуемая форма итогового контроля – 2 экзамена.

## ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№ п/п	Название темы	Лекции	Практические занятия	Всего
1	Матрицы и определители квадратной матрицы	4	3	7
2	Векторная алгебра	7	7	14
3	Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве	9	13	22
4	Линейные пространства	6	8	14
5	Системы линейных уравнений	4	7	11
6	Линейные операторы	8	8	16
7	Билинейные и квадратичные формы	3	3	6
8	Евклидовы пространства	4	1	6
9	Линейные операторы в евклидовых пространствах	5	6	11
10	Элементы теории групп	2	0	1
	Итого	52	56	108

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### 1. Матрицы и определители квадратных матриц.

Матрицы, линейное пространство матриц. Умножение и транспонирование матриц. Матрицы специального вида. Определитель квадратной матрицы и его свойства. Теорема об определителе произведения двух матриц. Обратная матрица.

### 2. Векторная алгебра.

Понятие вектора. Свободные и связанные векторы. Линейное пространство геометрических векторов. Разложение вектора по базису. Аффинная система координат. Декартова прямоугольная система координат. Скалярное и векторное произведения: свойства, механический смысл, вычисление в ортонормированном базисе. Смешанное произведение: свойства, геометрический смысл вычисление в ортонормированном базисе. Двойное векторное произведения. Тождество Якоби.

### 3. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.

Основные виды уравнений прямой на плоскости и в пространстве. Уравнения плоскости. Пучок прямых на плоскости и плоскостей в пространстве. Расстояние от точки до прямой на плоскости и от точки до плоскости в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.

Определения эллипса, гиперболы, параболы и вывод их канонических уравнений. Параметрические уравнения эллипса. Директрисы и эксцентриситет эллипса и гиперболы. Полярные уравнения эллипса, гиперболы, параболы. Оптические свойства эллипса, гиперболы, параболы. Касательные к эл-

липсу, гиперболе, параболе. Определение канонического уравнения второй степени. Классификация кривых и поверхностей второго порядка. Исследование поверхностей второго порядка методом параллельных сечений. Прямолинейные образующие.

#### **4. Линейные пространства.**

Определение линейного пространства и простейшие следствия из аксиом. Линейная зависимость и независимость. Базис и координаты. Связь между размерностью и базисом. Преобразования базиса и координат, матрица перехода. Подпространства. Сумма и пересечение подпространств, прямая сумма подпространств. Линейная оболочка. Формула размерности Грассмана.

#### **5. Системы линейных уравнений.**

Ранг матрицы и размерность линейной оболочки ее столбцов. Элементарные преобразования над матрицами. Матричные уравнения. Критерий совместности. Системы крамеровского типа. Теорема о базисном миноре. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Базис и размерность пространства решений однородной системы. Фундаментальная система решений.

#### **6. Линейные операторы.**

Понятие линейного оператора. Образ и ядро линейного оператора. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Операции над линейными операторами. Обратный оператор. Изоморфизм линейных пространств. Собственные значения и собственные векторы. Присоединенные векторы. Приведение квадратной матрицы к диагональному виду. Канонический вид линейных операторов. Жорданова нормальная форма матрицы.

#### **7. Билинейные и квадратичные формы.**

Билинейная форма и ее матрица. Изменение матрицы билинейной формы при изменении базиса. Симметричная билинейная форма. Квадратичные формы. Изменение матрицы квадратичной формы при изменении базиса. Канонический и нормальный виды квадратичной формы. Закон инерции. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

#### **8. Евклидовы пространства.**

Скалярное произведение. Вещественные и комплексные евклидовы пространства, псевдоевклидовы пространства. Понятия длины и угла. Существование ортогонального базиса. Разложение пространства на прямую сумму подпространств. Изоморфизм евклидовых пространств.

#### **9. Линейные операторы в евклидовых пространствах.**

Ортогональные и унитарные матрицы. Эрмитовы и симметричные матрицы. Самосопряженные операторы. Свойства собственных значений и собственных векторов самосопряженного оператора. Приводимость эрмитовых и симметричных матриц к диагональному виду. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогональных преобразований. Одновременное приведение к каноническому виду пары квадратичных форм. Изометрии. Приведение к каноническому виду уравнения фигур второго по-

рядка.

#### **10.Элементы теории групп.**

Понятие группы. Основные свойства групп. Примеры групп.

### **ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

#### **Перечень рекомендуемых средств диагностики знаний**

1. Тестовые задания по отдельным разделам (темам) дисциплины;
2. Коллоквиумы-2;
3. Устные опросы;
4. Контрольные работы- 3.

#### **Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы**

Эффективность самостоятельной работы студентов целесообразно проверять в ходе текущего и итогового контроля знаний в форме устного опроса, коллоквиумов, тестового контроля по темам. Для общей оценки качества усвоения студентами учебного материала рекомендуется использование рейтинговой системы.

#### **Рекомендации по текущему контролю качества усвоения знаний и проведению аттестации**

Итоговая аттестация по дисциплине осуществляется на экзамене. Оценка на экзамене выставляется по десятибалльной шкале.

Для текущего контроля и самоконтроля знаний по данной дисциплине рекомендуется использовать тестовые задания по отдельным разделам (темам) дисциплины, коллоквиумы, контрольные работы и устные опросы.

#### **Рекомендуемые темы контрольных работ**

1. Матрицы и определители. Векторная алгебра. Прямые и плоскости.
2. Линейные пространства. Системы линейных уравнений.
3. Квадратичные формы. Линейные операторы. Евклидовы пространства. Линейные операторы в евклидовых пространствах.

#### **Рекомендуемые темы коллоквиумов**

1. Кривые и поверхности второго порядка.
2. Линейные пространства. Линейные операторы. Евклидовы пространства.

#### **Рекомендуемая литература**

##### **Основная**

1. Ильин, В.А. Аналитическая геометрия / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. —223 с.

2. Ильин, В.А. Линейная алгебра / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. —280 с.
3. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Д.В. Беклемишев — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. —304 с.
4. Умнов, А.Е. Аналитическая геометрия и линейная алгебра/ А.Е. Умнов — М.: МФТИ, 2011. —570 с.
5. Березкина, Л.Л. Аналитическая геометрия и линейная алгебра / Л.Л. Березкина — Мн.: РИВШ, 2012. —354 с.
6. Абрашина-Жадаева, Н.Г. Аналитическая геометрия в примерах и задачах / Н.Г. Абрашина-Жадаева, Л.Л. Березкина, А.Н. Ковальчук, Н.К. Филиппова — Мн.: РИВШ, 2008. —156 с.
7. Бурдун, А.А. Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии / А.А. Бурдун, Е.А. Мурашко, М.М. Толкачев, А.С. Феденко — Мн.: Універсітэцкае, 1999. —302с.

#### Дополнительная

1. Милованов, М.В. Алгебра и аналитическая геометрия. Ч.1 / М.В. Милованов, М.М.Толкачев Р.И. Тышкевич, А.С. Феденко — Мн.: Вышэйшая школа, 1984. —302 с.
2. Милованов, М.В. Алгебра и аналитическая геометрия. Ч.2 / М.В. Милованов, М.М.Толкачев Р.И. Тышкевич, А.С. Феденко — Мн.: Вышэйшая школа, 1987. —300 с.
3. Шикин, Е.В. Линейные пространства и отображения / Е.В. Шикин — М.: МГУ, 1987. — 302 с.
4. Русак, В.Н. Курс вышэйшай матэматыкі. Алгебра і геаметрыя, аналіз функцый адной зменнай / В.Н. Русак, Л. Шлома, В.К. Ахраменка, А.Крачкоускі — Мн.: Вышэйшая школа, 1994. —431 с.
5. Апатенок, Р.Ф. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии / Р.Ф. Апатенок, А.М. Маркина, Н.В. Попова, В.Б Хейнман — Мн.: Вышэйшая школа, 1986. —285.
6. Апатенок, Р.Ф. Сборник задач по линейной алгебре и аналитической геометрии / Р.Ф. Апатенок, А.М. Маркина, В.Б. Хейнман — Мн.: Вышэйшая школа, 1990. —186с.