

**Белорусский государственный университет  
Механико-математический факультет  
Кафедра веб-технологий и компьютерного моделирования**

**Аннотация к магистерской диссертации**

**«РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ И ИТЕРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ДЛЯ  
СТАЦИОНАРНЫХ МНОГОМЕРНЫХ ЗАДАЧ АНИЗОТРОПНОЙ  
ДИФФУЗИИ»**

**ПРОКОНИНА Елена Владимировна**

**руководитель Волков Василий Михайлович**

**2015**

Магистерская диссертация содержит: 41 страницу, 18 иллюстраций (рисунков), 24 использованных литературных источника.

*Перечень ключевых слов:* РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ, СМЕШАННЫЕ ПРОИЗВОДНЫЕ, МНОГОМЕРНЫЕ ЗАДАЧИ АНИЗОТРОПНОЙ ДИФФУЗИИ, МЕТОД БИ-СОПРЯЖЁННЫХ ГРАДИЕНТОВ, ПЕРЕОБУСЛАВЛИВАТЕЛЬ.

*Объектом исследования* являются разностные схемы и итерационные методы решения трехмерных дифференциальных эллиптических задач со смешанными производными.

*Цель работы:* разработка эффективных методов решения трехмерных задач анизотропной диффузии.

*Задачи для достижения поставленной цели:*

- Построение матрицы дискретной аппроксимации  $A$  (матрица разреженная 19-диагональная);
- Решение полученной системы уравнений  $Au=Q$  методом би-сопряжённых градиентов с комбинированным переобуславлителем Фурье-Якоби;
- Тестирование полученного алгоритма на 3-х физических моделях;
- Анализ на основе полученных данных различных схем аппроксимации смешанных производных.

*Основной результат* состоит в предложенной методике решения трехмерных задач анизотропной диффузии, основанной на методе конечных разностей, методе фиктивных областей и итерационном методе би-сопряженных градиентов с переобуславлителем Фурье-Якоби, который демонстрирует свойство спектральной эквивалентности, обеспечивающее его асимптотическую эквивалентность для рассмотренного класса задач. На основе численных экспериментов проведен сравнительный анализ различных разностных аппроксимаций смешанных производных, и выявлен наиболее эффективный вариант для случая разрывных анизотропных коэффициентов.

*Новизна* результатов заключается в разработке эффективного алгоритма решения трёхмерных эллиптических уравнений со смешанными производными и разрывными коэффициентами.

Результаты работы имеют преимущественно практическую направленность и ориентированы на разработку эффективных методов численного анализа класса задач, имеющего широкий спектр приложений в теории анизотропной диффузии.

*Обоснованность* и *достоверность* полученных результатов подтверждена численными экспериментами.

Магистерская работа выполнена автором *самостоятельно*.

The master's thesis contains: 41 pages, 18 illustrations (drawings), 24 used literature sources.

*List of keywords:* FINITE DIFFERENCE SCHEMES, MIXED DERIVATIVES, MULTIDIMENSIONAL PROBLEMS OF ANISOTROPIC DIFFUSION, BICONJUGATE GRADIENT METHOD, PRECONDITIONER.

*Object of research:* the finite difference schemes and iterative methods for solving three-dimensional elliptic differential problems with mixed derivatives.

*Objective:* to develop efficient methods for solving three-dimensional problems of anisotropic diffusion.

*The problems for the achievement of the goal are the following:*

- Construction of the matrix of discrete approximation  $A$  (sparse matrix 19-diagonal);
- The solution of the resulting system of the equations  $Au = Q$  by the bi-conjugate gradient method with the usage of the Fourier-Jacobi combined preconditioner;
- The testing of the resulting algorithm on 3 physical models;
- The analysis of the different schemes of mixed derivatives approximation.

*The main result* is in the proposed methods for solving three-dimensional problems of anisotropic diffusion, based on the method of finite differences, method of fictitious domains and the bi-conjugate gradient iterative method with the Fourier-Jacobi preconditioner, demonstrating spectrally equivalence property, providing its asymptotical optimality for the considered class of the problems. On the basis of numerical experiments the comparative analysis of various finite difference approximations of the mixed derivatives is investigated and the most efficient variant applying to discontinuous anisotropic coefficients is identified.

*The novelty of the results* is in the development of an efficient algorithm for solving three-dimensional elliptic problems with mixed derivatives and discontinuous coefficients.

The results of the research have mainly an applied character and focus on the development of effective methods for the numerical analysis of a class of problems having a wide range of applications in the theory of anisotropic diffusion.

*The validity and the reliability* of the received results are confirmed by the numerical experiments.

The thesis is prepared by the author personally.