

Министерство образования Республики Беларусь
Учебно-методическое объединение по естественнонаучному образованию

УТВЕРЖДАЮ
Первый заместитель Министра образования
Республики Беларусь

27.04.2015 В.А. Богущ

Регистрационный № 02000.509 /тип.



**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ
УРАВНЕНИЯ**

Типовая учебная программа по учебной дисциплине
для специальностей:

1-31 04 01 Физика (по направлениям);

1-31 04 06 Ядерная физика и технологии;

1-31 04 07 Физика наноматериалов и нанотехнологий;

1-31 04 08 Компьютерная физика

СОГЛАСОВАНО

Председатель Учебно-методического
объединения по естественно-
научному образованию

Л. Толстик



СОГЛАСОВАНО

Начальник управления высшего
образования Министерства
образования Республики Беларусь

27.04.2015 С.И. Романюк

СОГЛАСОВАНО

Проректор по научно-методической
работе государственного учреждения
образования «Республиканский
институт «Высшая школа»

И.В. Титович



Эксперт-нормоконтролер

О.А. Величкова
26.02.2015

Минск

СОСТАВИТЕЛИ:

О.А. Кононова – доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Н.К. Фнлиппова – доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

М.А. Глецевич – ассистент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра физики и высшей математики Учреждения образования «Международный государственный экологический университет им. А.Д.Сахарова»;

В.В. Цегельник – заведующий кафедрой высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:

Кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета
(протокол № 10 от 29 мая 2013 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета
(протокол № 6 от 27 июня 2013 г.);

Научно-методическим советом по физике Учебно-методического объединения по естественнонаучному образованию
(протокол № 1 от 12 сентября 2013 г.).

Ответственный за выпуск: М.А. Глецевич

Ответственный за редакцию: М.А. Глецевич

Пояснительная записка

Типовая учебная программа по учебной дисциплине «Дифференциальные и интегральные уравнения» разработана в соответствии с требованиями образовательных стандартов по специальностям 1-31 04 01 «Физика (по направлениям)», 1-31 04 06 «Ядерная физика и технологии», 1-31 04 07 «Физика наноматериалов и нанотехнологий», 1-31 04 08 «Компьютерная физика».

Заложенные в основу программы вопросы отвечают современному состоянию теории дифференциальных и интегральных уравнений. Дисциплина «Дифференциальные и интегральные уравнения» предполагает знание студентами элементов дифференциального и интегрального исчисления, элементов линейной алгебры.

Данная дисциплина непосредственно связана с такими учебными дисциплинами, как «Математический анализ», «Аналитическая геометрия и линейная алгебра», «Механика», «Теоретическая механика», «Квантовая механика».

Дисциплина «Дифференциальные и интегральные уравнения» вырабатывает у студентов навыки построения математических моделей простейших физических явлений и решения (аналитического и численного) получающихся при этом математических задач. Она составляет математическую основу общей и теоретической физики и специальных дисциплин, читаемых на кафедрах.

Цель учебной дисциплины – обеспечить студента необходимыми знаниями и привить практический навык работы с фундаментальными понятиями дифференциальных и интегральных уравнений.

Задача изучения учебной дисциплины состоит в том, чтобы студент развил логическое мышление, освоил приемы исследования и решения математически формализованных физических задач.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- основные типы уравнений разрешимые в квадратурах;
- условия существования, единственности и устойчивости решения обычных дифференциальных уравнений и систем;
- линейные интегральные уравнения с вырожденным и симметричным ядрами;

уметь:

- находить общее решение уравнений первого порядка и исследовать решения задачи Коши;
- решать линейные системы и линейные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами;

владеть:

- методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений и систем;

– методами решения линейных систем уравнений и линейных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами.

Для успешного освоения курса «Дифференциальные и интегральные уравнения» студенты должны владеть теоретическим материалом в объеме программы и выполнять задания семинарских занятий.

Программа рассчитана максимально на 196 часов, из них аудиторных – 116 часов (примерное распределение по видам занятий: лекции – 54 часа, практические – 62 часа). Если в качестве итоговой формы контроля предусмотрен экзамен, то на подготовку отводится от 28 до 54 часов на каждый экзамен дополнительно.

Примерный тематический план

№ п/п	Название темы	Лекции	Практические занятия	Всего
1	Дифференциальные уравнения 1-го порядка с одной неизвестной функцией.	8	13	21
2	Уравнения n -го порядка.	8	12	20
3	Системы дифференциальных уравнений.	12	14	26
4	Элементы теории устойчивости	4	5	9
5	Уравнения с частными производными первого порядка	4	6	10
6	Сведения об интегральных уравнениях	6	4	10
7	Элементы вариационного исчисления	12	8	20
	Итого	54	62	116

Содержание учебного материала

1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с одной неизвестной функцией.

Формулировка и доказательство теорем существования и единственности решения. Основные интегрируемые типы уравнений 1-го порядка уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные, уравнения Бернулли, уравнения Риккати, уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Уравнения, не разрешенные относительно производной: метод введения параметра, уравнения Лагранжа, уравнения Клеро. Задача об изогональных траекториях.

2. Уравнения n -го порядка.

Основные понятия. Начальные условия. Теорема существования и единственности решения. Уравнения, допускающие понижения порядка. Линейные уравнения n -го порядка. Общее решение линейного однородного уравнения.

Линейные неоднородные уравнения n -го порядка. Общее решение линейного неоднородного уравнения. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами и их решение. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и нахождение данного решения для различных видов свободного члена. Метод вариации произвольных постоянных. Метод Коши нахождения частного решения неоднородного уравнения. Линейное уравнение Эйлера. Простейшие сведения о граничной задаче. Решение однородной краевой задачи с помощью функции Грина. Свойства функции Грина.

3. Системы дифференциальных уравнений. Нормальная система. Теорема существования и единственности решения. Нахождение интегрируемых комбинаций для системы и первые интегралы. Решение системы уравнений, заданных в симметричной форме. Системы линейных уравнений. Системы однородных уравнений. Теоремы о решении. Вронскиан решения. Фундаментальная матрица. Общее решение и решение задачи Коши в матричной форме. Система неоднородных уравнений. Общее решение и решение задачи Коши в матричной форме. Интегрирование системы дифференциальных уравнений путем сведения к одному уравнению более высокого порядка. Системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение для однородной системы и характеристические числа. Решение однородной системы. Решение неоднородной системы. Метод Эйлера. Метод вариации произвольных постоянных и неопределенных коэффициентов для нахождения частного решения неоднородных систем.

4. Элементы теории устойчивости.

Основные определения и понятия теории устойчивости. Тривиальное решение и его устойчивость по Ляпунову. Простейшие типы точек покоя для однородной системы двух уравнений с двумя неизвестными и их устойчивость. Об исследовании на устойчивость по первому приближению. Метод функции Ляпунова. Основные теоремы Ляпунова.

5. Уравнения с частными производными первого порядка.

Общее решение и задача Коши для линейного уравнения. Общее решение и решение Коши для квазилинейного уравнения. Характеристики и интегральные поверхности. Существование и единственность решения задачи Коши.

6. Сведения об интегральных уравнениях.

Уравнения Фредгольма и Вольтерра I и II родов. Собственные значения и собственные функции интегрального однородного уравнения. Интегральные уравнения с вырожденным ядром. Теоремы Фредгольма. Существование и единственность решения уравнения Фредгольма. Сведения о приближенных методах решения интегральных уравнений.

7. Элементы вариационного исчисления.

Линейное нормированное пространство. Пространство непрерывных функций. Эпсилон-окрестность и расстояние между точками. Определение функционала. Непрерывность, линейность функционала. Экстремум функционала. Вариация функционала. Необходимое условие экстремума функционала. Основная лемма вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.

Рекомендуемые темы контрольных работ

1. Дифференциальные уравнения первого порядка.
2. Дифференциальные уравнения, неразрешенные относительно производных и дифференциальные уравнения

Экстремали уравнения Эйлера-Пуассона. Уравнение Эйлера-Остроградского. Вариационная задача с подвижными границами для простейшего функционала. Условия трансверсальности. Задача с подвижными границами для функционала, зависящего от двух функций одного независимого аргумента. Поле экстремалей. Условие Якоби. Функция Вейерштрасса. Достаточные условия экстремума функционала. Вариационные задачи на условный экстремум. Приложения вариационного исчисления к задачам механики и физики.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень рекомендуемых средств диагностики

Типовыми учебными планами по специальностям 1-31 04 01 «Физика (по направлениям)», 1-31 04 06 «Ядерная физика и технологии», 1-31 04 07 «Физика наноматериалов и нанотехнологий», 1-31 04 08 «Компьютерная физика» в качестве формы итогового контроля по дисциплине рекомендован зачет и экзамен.

Для текущего контроля и самоконтроля знаний и умений студентов по данной дисциплине можно использовать следующий диагностический инструментарий:

- тестовые задания по отдельным разделам (темам) дисциплины;
- проведение коллоквиумов – 2;
- устные опросы;
- письменные контрольные работы по отдельным темам курса – 3.

Рекомендации по текущему контролю качества усвоения знаний и проведению аттестации

Не все вопросы, перечисленные в программе, выносятся на лекции. В целях развития навыков самостоятельной работы студентам предлагается освоить теорию методов интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка, разрешенных относительно производной, самостоятельно по литературе, указанной в программе. На практических занятиях предлагается отработать необходимые навыки решения данных типов уравнений. Для самостоятельной работы студентов рекомендуется использовать методические разработки и специальную учебно-методическую литературу.

Основными рекомендуемыми методами обучения, отвечающими целям изучения дисциплины, являются: элементы проблемного обучения, реализуемые на лекционных и практических занятиях, рейтинговая система оценки знаний.

Рекомендуемые темы контрольных работ

1. Дифференциальные уравнения первого порядка.
2. Дифференциальные уравнения, неразрешенные относительно производных и дифференциальные уравнения высших порядков.
3. Линейные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Системы дифференциальных уравнений.

Рекомендуемые темы коллоквиумов

1. Линейные уравнения с частными производными.
2. Линейные уравнения высших порядков, линейные системы. Теория устойчивости, линейные интегральные уравнения с вырожденным ядром, вариационное исчисление.

Рекомендуемая литература

Основная:

1. *Васильева, А.Б.* Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление в примерах и задачах / А.Б.Васильева, Г.Н. Медведев, Н.А. Тихонов, Т.А. Уразгильдина. – М.: Физматлит, 2005. – 432 с.
2. *Тихонов, А.Н.* Дифференциальные уравнения / А.Н. Тихонов, А.Б. Васильева, А.Г. Свешников. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 236 с.
3. *Эльсгольц, Л.Э.* Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л.Э. Эльсгольц. — М.: Едиториал УРСС, 2000. — 320 с.
4. *Матвеев, Н.М.* Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений / Н.М. Матвеев. — Издание пятое, дополненное. СПб.: Издательство Лань. 2003. – 832 с.
5. *Филиппов, А.Ф.* Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А.Ф. Филиппов. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. — 176 с.
6. *Матвеев, Н.М.* Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Н.М. Матвеев. – 7-е изд., доп. - СПб.: Лань, 2002. - 431 с.
7. *Краснов, М.Л.* Интегральные уравнения. Введение в теорию / М.Л. Краснов. — М.: Едиториал УРСС, 2010. — 304 с.
8. *Васильева А.Б.* Интегральные уравнения/ А.Б.Васильева, Н.А. Тихонов. – М.: Физматлит, 2002. – 157 с.

Дополнительная

1. *Богданов, Ю.С.* Лекции по дифференциальным уравнениям/ Ю.С. Богданов. — Мн.: Універсітэцкае, 1977. — 240 с.
2. *Камке, Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям/ Э. Камке. – М. Наука, 1971. – 576.
3. *Богданов, Ю.С.* Дифференциальные уравнения / Ю.С. Богданов, С.А.Мазаник, Ю.Б. Сыроид. — Мн.: Універсітэцкае, 1996. — 287 с.
4. *Карташов, А.П.* Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления / А.П. Карташов, Б.Л. Рождественский. — М.: Наука, 1986. — 272 с.
5. *Альсевич, Л.А.* Практикум по дифференциальным уравнениям / Л.А. Альсевич, С.А. Мазаник, Л.П. Черенкова. — Мн.: БГУ, 2000. 311 с.
6. *Шилин, А.П.* Дифференциальные уравнения. Задачи и примеры / А.П. Шилин. — Мн.: РИВШ, 2008. — 368 с.