

## ИТЕРАЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ СОГЛАСОВАНИЯ СТРУКТУРНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Рассмотрена задача согласования трехмерных структурных поверхностей. Показано, что решение задач, предложенное Д. Л. Маллетом, обладает слабой устойчивостью, так как включает в «слабые» ограничения модели априорную информацию о расположении поверхности в окрестности разлома. Предложен устойчивый итерационный алгоритм, где на каждом шаге часть априорной информации добавляется в «жесткие» ограничения модели, а мощность «остаточной» части априорной информации используется как критерий сходимости алгоритма. Показана практическая применимость предложенного алгоритма.

**Ключевые слова:** геомоделирование; интерполяция; цифровая геологическая модель.

Following to J. L. Mallet formalization we propose to solve the 3D-structural modeling problem as iterations of DSI for serie discrete models. To avoid the instability of DSI we removed from «soft» constraints the a priori information about surface location in faults' neighborhood. The part of this information add as «hard» constraints to appropriate discrete model on each iteration. The power of set of «residual» a priori information are used as convergence criterion. The practical validation was performed on scope of representative datasets.

**Key words:** geomodeling; 3D-structural modeling; surface interpolation.

### Анализ проблемы и постановка задачи

Трехмерная поверхность, представляющая собой некоторую геологическую неоднородность, обусловленную изменением условий отложения, эрозией или тектоническим событием, называется структурной поверхностью. Понимание пространственной организации структурных поверхностей необходимо для качественного моделирования геологических процессов, что является крайне важным для широкого спектра человеческой деятельности, начиная от разведки и добычи углеводородов и заканчивая инженерными работами на поверхности. Поскольку невозможно непосредственно получить информацию о трехмерном строении недр, то возникает необходимость восстановления структурного строения на основе доступной косвенной информации (геолого-разведочные скважины, 2D- и 3D-сейсмика). Решение указанной задачи с помощью современных вычислительных средств носит название трехмерного структурного геологического моделирования или структурного 3D-геомоделирования [1].

Традиционно структурные поверхности разделяют на два класса: горизонты и разломы. Большая часть усилий в процессе трехмерного структурного моделирования затрачивается на выяснение того, как разломы и горизонты взаимодействуют друг с другом. Общепринятая формализация правила согласования структурных поверхностей заключается в том, что все поверхности, участвующие в построении модели, должны касаться друг друга только вдоль общих границ, т. е. фактически требуется, чтобы все структурные поверхности образовывали так называемый геометрический комплекс [2].

Наиболее известная попытка математической формализации задач структурного моделирования представлена в работе Д. Л. Маллета [3], где вводится понятие так называемой дискретной модели геологического объекта. Дискретная модель горизонта  $H^3(\Omega, T, \bar{s}, C)$  определяется четверкой своих пара-

метров. Где  $\Omega$ , называемое множеством вершин, есть некоторое множество точек из  $E^2$ , а  $T(\Omega)$  – плоская триангуляция, заданная над множеством этих вершин. Третий параметр модели – это трехкомпонентная функция  $\bar{s}(\alpha) = \{s^x(\alpha), s^y(\alpha), s^z(\alpha)\}$ , где каждая компонента соответствует координате положения вершины  $\alpha \in \Omega$  моделируемой структурной поверхности в трехмерном пространстве. Фактически тройка  $(\Omega, T, \bar{s})$  определяет кусочно-линейную триангуляционную поверхность  $\mathfrak{Z}(S) = \mathfrak{Z}(\Omega, T, \bar{s})$ , в классе которых и ищется согласованная поверхность горизонта. Последний параметр, задающий модель, представляет собой набор линейных ограничений  $C = \{c_1, c_2, \dots\}$ , разделенный на два подмножества:

$$C = C^{\approx} \cup C^=.$$

Ограничения из подмножества  $C^{\approx}$  называют *слабыми*, а ограничения из  $C^=$  – *жесткими*. Смысл вводимой дихотомии заключается в том, что искомая функция  $\bar{s}$  должна *точно* удовлетворять *жестким* ограничениям и *насколько это возможно* удовлетворять *слабым* ограничениям.

Маллет предложил универсальный метод построения искомой функции дискретной модели, названный им Discrete Smooth Interpolation Method (DSI), который сводит построение  $\bar{s}$  к минимизации специального функционала  $R(\bar{s})^*$ , построенного на основе триангуляции  $T(\Omega)$  и коэффициентов линейных ограничений  $C$ . Фактически указанный функционал представляет собой взвешенную сумму двух квадратичных функционалов:

$$R(\bar{s})^* = R(\bar{s}) + \varphi \cdot \rho(\bar{s}),$$

где  $R(\bar{s})$  – функционал, обеспечивающий выполнение дифференциальных условий гладкости решения (roughness criterion) при заданных *жестких* ограничениях,  $\rho(\bar{s})$  – функционал, обеспечивающий приближенное выполнение *слабых* ограничений.

В рамках модели  $H^3(\Omega, T, \bar{s}, C)$  предполагается, что поверхность разлома  $\mathfrak{Z}(F)$  так же, как и поверхность горизонта, принадлежит классу кусочно-линейных триангуляционных поверхностей, а топологическая структура триангуляции  $T(\Omega)$  соответствует топологии разреза, формируемого поверхностью разлома  $\mathfrak{Z}(F)$  на поверхности горизонта  $\mathfrak{Z}(S)$ .

Слабые ограничения модели  $H^3(\Omega, T, \bar{s}, C)$  соответствуют двум условиям искомой поверхности. Обозначим через  $\beta(\mathfrak{Z}(S)/\mathfrak{Z}(F))$  подмножество вершин  $\Omega$ , принадлежащих разрезу. Тогда первое условие – условие согласования поверхности горизонта и поверхности разлома – может быть записано в виде

$$\bar{s}(\alpha) \in \mathfrak{Z}(F) \quad \text{при} \quad \forall \alpha \in \beta(\mathfrak{Z}(S)/\mathfrak{Z}(F)). \quad (1.1)$$

Второе условие определено наличием априорной информации о расположении поверхности горизонта в окрестности разлома, которая задана в виде набора трехмерных точек  $\bar{p}_i = (p_i^x, p_i^y, p_i^z) \in P$ , которые называются *контрольными* точками модели. Обозначим  $\Delta(s)\bar{p}_i = (\Delta(s)p_i^x, \Delta(s)p_i^y, \Delta(s)p_i^z)$  проекцию контрольной точки  $\bar{p}_i$  на поверхность  $\mathfrak{Z}(S)$ . Тогда формально второе условие – это требование минимизации величины  $\sum_{\bar{p}_i \in P} (\Delta(s)p_i^z - p_i^z)^2$  на заданном семействе поверхностей.

Указанные условия определяют два множества *слабых* ограничений модели, которые обозначаются соответственно как  $C^{\approx F}$  и  $C^{\approx P}$ . Таким образом, множество всех ограничений модели представляет собой объединение  $C^= \cup C^{\approx F} \cup C^{\approx P}$ .

Предложенный подход к решению задачи согласования структурных поверхностей не получил широкого распространения, что обусловлено слабой сходимостью DSI-метода в случае динамического пересчета *слабых* ограничений на каждом шаге итерации [3]. Особенно неустойчив метод в случае существенного расхождения краев разрезов, что типично для прямых и обратных разломов с большими углами падения.

### Итерационный алгоритм согласования структурных поверхностей

В рамках работ по созданию специализированной библиотеки трехмерного геомоделирования GOTL (Geological Object Template Library) предлагается модификация описанного подхода к решению задачи согласования структурных поверхностей, гарантирующего получение приемлемого решения для широкого класса входных данных.

Предлагаемый подход представляет собой последовательное решение серии дискретных задач, в которых исключены *слабые* ограничения  $C^{\approx P}$  и которые сходятся в некотором смысле к искомому решению:

$$H^3(\Omega_0, T_0, \bar{s}_0, C_0^= \cup C^{\approx F}) \rightarrow \dots \rightarrow H^3(\Omega_i, T_i, \bar{s}_i, C_i^= \cup C^{\approx F}) \rightarrow \dots$$

Исключение условий  $C^{\approx P}$  призвано повысить устойчивость и увеличить скорость сходимости процесса построения DSI соответствующей дискретной модели на каждом шаге итерации. При переходе от одной модели к другой меняются все параметры модели, в том числе множество вершин и триангуляция.

Формализуем понятие сходимости предложенной схемы. Предположим, что априорно задана величина  $\varepsilon$  допустимого отклонения поверхности горизонта от контрольных точек множества  $P$  в окрестности разлома. Назовем остаточным по  $\mathfrak{Z}(S)$  такое подмножество  $P$ , отклонение которых от поверхности  $\mathfrak{Z}(S)$  превышает  $\varepsilon$ .

Пусть  $\mathfrak{Z}(S_i) = \mathfrak{Z}(\Omega_i, T_i, \bar{s}_i)$  – поверхность горизонта, полученная на  $i$ -м шаге итераций. Обозначим  $P_i^R$  множество остаточных по  $\mathfrak{Z}(S_i)$  вершин  $P$ .

В качестве критерия сходимости будем рассматривать мощность множества  $P_i^R$ . При этом  $i$ -й шаг итерации приближает нас к искомому решению, если  $|P_{i-1}^R| > |P_i^R|$ .

Определим переход от  $i$ -й модели к  $(i+1)$ -й. Опишем способ формирования жестких условий. Будем предполагать, что они включают начальные жесткие условия и дополнительные, которые формируются на основании текущего остаточного множества  $P_i^R$ , т. е.  $C_{i+1}^{\approx} = C_0^{\approx} \cup C_{i+1}^+$ .

Пусть

$$K_{\min}^i = \min_{p_j \in P_i^R} \|\Delta(S_i)p_j^z - p_j^z\|,$$

$$K_{\max}^i = \max_{p_j \in P_i^R} \|\Delta(S_i)p_j^z - p_j^z\|.$$

Тогда правило выбора контрольных точек из  $P_i^R$  для включения в условия  $C_{i+1}^+$  задается следующим критерием:

$$\|\Delta(S_i)p_j^z - p_j^z\| < (1 - \omega) \cdot K_{\min}^i + \omega \cdot K_{\max}^i, \quad (1.2)$$

где  $\omega$  – коэффициент, определяющий скорость сходимости предлагаемого подхода. Подмножество контрольных точек, удовлетворяющих критерию (1.2), обозначим  $P_i^{R+}$ . Для того чтобы на основе  $P_i^{R+}$  сформировать  $C_{i+1}^+$ , необходимо поставить в соответствие контрольным точкам вершины из  $\Omega_{i+1} = \Omega_i + \Omega_{i+1}^+$ . Сделаем это на основании следующего критерия. Будем ставить в соответствие контрольной точке  $p_j$  из  $P_i^{R+}$  вершину  $\alpha_k$  из  $\Omega_i$ , если выполняется условие

$$\|s_i^x(\alpha_k) - p_j^x\| + \|s_i^y(\alpha_k) - p_j^y\| < \varepsilon. \quad (1.3)$$

Если для контрольной точки  $p_j$  не удалось найти соответствие в  $\Omega_i$ , то добавим адекватную ей вершину в  $\Omega_{i+1}^+$ . Координаты новой вершины вычислим следующим образом. Пусть  $T(\bar{s}_i(\alpha_0), \bar{s}_i(\alpha_1), \bar{s}_i(\alpha_2))$  – треугольник, которому принадлежит проекция контрольной точки  $\Delta(s)\bar{p}_j$  на поверхность  $\mathfrak{Z}(S_i)$ , а  $(\lambda_0(p_j), \lambda_1(p_j), \lambda_2(p_j))$  – барицентрические координаты точки проекции в указанном треугольнике. Тогда добавляемая в  $\Omega_{i+1}^+$  точка будет иметь следующие координаты:

$$\left( \sum_{i=0}^2 \lambda_i(p_j) \cdot \alpha_i^x, \sum_{i=0}^2 \lambda_i(p_j) \cdot \alpha_i^y \right).$$

Итак, мы вычислили новое множество вершин модели  $\Omega_{i+1}$  и множество жестких ограничений над ним  $C_{i+1}^{\approx}$ , а ограничения  $C^{\approx F}$  остаются неизменными при переходе от одной итерации модели к другой. Для окончательного определения следующей итерации модели остается найти новую триангуляцию  $T_{i+1}(\Omega_{i+1})$ . Двумерную триангуляцию Делоне множества вершин  $\Omega$  при заданных сегментах  $E$  обозначим  $D(\Omega | E)$  [2]. Для получения искомой триангуляции выполним триангуляцию Делоне со следующими параметрами:

$$D(\Omega_{i+1} | \partial T_i) \rightarrow T_{i+1}(\Omega_{i+1}),$$

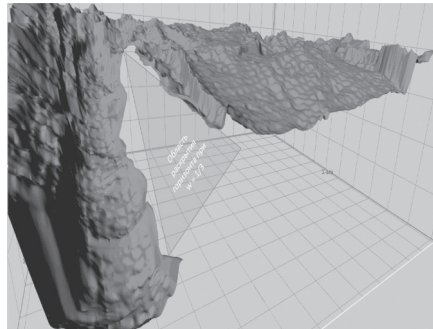
где  $\partial T_i$  – множество граничных сегментов триангуляции  $T_i(\Omega_i)$ .

Итак, мы формально определили правило перехода от  $i$ -й модели к  $i+1$ -й и критерий сходимости. Это позволило реализовать предложенный алгоритм в виде модуля GOTL-библиотеки.

#### Анализ применимости и результаты экспериментов

Анализ применимости предложенного алгоритма проводился экспериментально, для чего использовались пять реальных геологических объектов различной сложности. Выбранные объекты являются представительными в том смысле, что содержат большинство встречающихся на практике ситуаций

согласования структурных поверхностей, в том числе вертикальные и наклонные разломы (trust faults); узловые спряжения разломов;  $\lambda\chi$ -спряжения. На каждом шаге итерационной схемы для контроля сходимости вычислялась нормированная мощность остаточного по  $\mathfrak{S}(S_i)$  множества  $|P_i^R|/|P|$ . Была проведена серия экспериментов для выбора оптимального коэффициента  $\omega$ , определяющего скорость сходимости алгоритма. Типичная геометрия раскрытия горизонта при значении коэффициента  $\omega = 1/3$  приведена на рисунке.



Согласованная поверхность горизонта при значении параметра  $\omega = 1/3$

Обнаружена общая тенденция поведения величины  $|P_i^R|/|P|$  для всех моделей при значении коэффициента  $\omega \approx 1/3$ , а именно, имеется некоторый начальный интервал итераций, когда наблюдается монотонная сходимость, после чего наблюдаются колебания вокруг достигнутого минимального значения. Для значений коэффициента  $\omega$ , существенно больших величины  $1/3$ , на сложных моделях наблюдается расхождение. В таблице приведены значения величины  $|P_i^R|/|P|$  для трех значений коэффициента  $\omega(0,3; 0,5; 0,7)$  для трех итераций (5, 7, 9).

Значения нормированной мощности остаточного по  $\mathfrak{S}(S_i)$  множества

Название объекта	Количество разломов	P	$ P_5^R / P $			$ P_7^R / P $			$ P_9^R / P $		
			0,1	0,3	0,7	0,1	0,3	0,7	0,1	0,3	0,7
Chicontepec	10	276	0,86	0,56	0,28	0,63	0,09	0,31	0,34	0,11	0,33
Macabu	120	1304	0,72	0,43	0,36	0,61	0,11	0,32	0,44	0,08	0,45
Bohai	1	199	0,76	0,36	0,28	0,53	0,08	0,31	0,39	0,09	0,25
Красная Слобода	12	355	0,81	0,37	0,29	0,56	0,1	0,41	0,35	0,12	0,28
AShtart	35	27	0,77	0,35	0,31	0,55	0,1	0,34	0,41	0,11	0,32

При  $\omega \approx 1/3$  для всех указанных объектов процентное отношение мощности множества остаточных вершин к мощности множества контрольных точек  $|P_i^R|/|P|$  достигает 10 % уже на 7-й итерации, что свидетельствует о практической применимости предложенного подхода.

Таким образом, в работе предложен устойчивый итерационный алгоритм согласования структурных поверхностей, который обеспечивает достаточную для практических приложений точность интерполяции структурных поверхностей. Алгоритм опробован при решении практических задач. В частности, с использованием предложенного алгоритма была построена цифровая геологическая модель Краснослободского участка Старобинского месторождения калийных солей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Журавков М. А., Коновалов О. Л., Богдан С. И., Прохоров П. А., Круподеров А. В. Компьютерное моделирование в геомеханике. Минск, 2008.
2. Яковлев Е. И. Вычислительная топология. Н. Новгород, 2005.
3. Mallet J. L. Geomodelling. New York, 2002.

Поступила в редакцию 24.04.2014.

**Олег Леонидович Коновалов** – старший научный сотрудник кафедры информационных систем управления.