

ПРИМЕНЕНИЕ МАГИЧЕСКИХ КВАДРАТОВ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ОДНОТОННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

М. А. Бубич, Е. А. Прус, А. А. Силецкий

*Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь
E-mail: maryanatolevna@mail.ru*

Статья посвящена построению и применению магических квадратов. Рассматриваются вопросы использования алгоритмов формирования магических квадратов для создания однотонных изображений и защиты информации. Авторы представляют простейшие изображения, построенные на основе магических квадратов, а также описывают схему создания однотонного изображения. Рассматривается возможность шифрования информации с помощью преобразования текста в изображение. Алгоритмы реализованы в системе Mathematica.

Ключевые слова: магический квадрат, криптография, построение изображения, приборостроение.

Важным в процессе обучения математике и информатике студентов технических специальностей является установка связи между теоретическими аспектами математики и возможностями их применения на практике. Для изучения основ программирования удачным является иллюстрация связей между конкретной областью и приложениями математики. В этом случае перед учащимися стоит определенная целостная задача, цель и актуальность которой им ясна, а не ситуация, когда им предлагается разрозненный набор операций и команд. Грамотно поставленная задача повышает мотивацию учащегося и стимулирует его на быстрее ее разрешение. Изучение и использование в обучении информатики магических квадратов открывает определенные перспективы в данном направлении.

Теория магических квадратов включает в себя большое разнообразие алгоритмов их построения, реализация которых возможна в различных математических пакетах, изучаемых в основном курсе информатики. Кроме того, современного учащегося зачастую интересует практическая направленность изучаемого материала. Магические квадраты предоставляют большой диапазон для творчества.

Теория магических квадратов прошла долгий и сложный путь развития. Долгое время теория не находила широкого применения, ввиду того что для решения соответствующих естественнонаучных и технических задач не было необходимости в применении теории магических квадратов. Теория рассматривалась лишь в качестве одного из математических курьезов. Только в XIX и XX вв. интерес к магическим квадратам вспыхнул с новой силой. Их стали исследовать с помощью методов высшей алгебры и операционного исчисления. Сегодня они применяются в криптографии и приборостроении.

Магическим квадратом порядка n называется квадратная таблица размером $n \times n$ клеток, заполненная различными натуральными числами от 1 до n^2 , которые размещены таким образом, что суммы чисел любого столбца, строки и главных диагоналей имеют одно и то же значение.

Особое место в теории магических квадратов занимает разработка методов построения. Рассмотрим алгоритмы, позволяющие построить магический квадрат нечетного порядка (метод террас), четного порядка (метод Рауз – Болла).

С древних времен известен один наиболее простой в реализации метод – метод террас. Суть метода: для заданного нечетного числа n составляется квадратная матрица $n \times n$. К ней пристраиваются террасы (треугольники заданного размера). В результате получается ступенчатая симметричная фигура. Начиная с левой вершины заполняются ее диагональные ряды последовательными натуральными числами от 1 до n^2 . После этого, для получения магического квадрата находящиеся в террасах (присоединенных треугольниках) числа переставляются на те места таблицы размером $n \times n$, в которых они оказались бы, если перемещать их вместе с террасами до того момента, пока основания террас не примкнут к противоположной стороне таблицы (рис. 1).

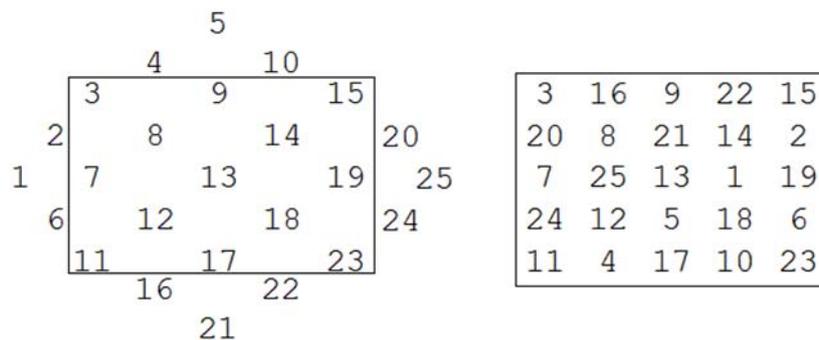


Рис. 1. Построение магического квадрата методом террас

Теперь рассмотрим алгоритм, позволяющий построить магический квадрат четного порядка (метод Рауз – Болла). Ограничимся случаем, когда порядок магического квадрата кратен четырем. Схема метода: вначале строятся два вспомогательных квадрата, а затем объединяются в один определенным образом. Первый квадрат последовательно заполняется слева направо и сверху вниз числами от 1 до n^2 в порядке возрастания. Второй квадрат заполняется в обратном порядке (рис. 2).

Затем разделяем исходные квадраты на блоки 4×4 и отметим в каждом блоке клетки, находящиеся на диагоналях. В результирующий квадрат вписываются соответствующие элементы из первого квадрата, а для выделенных диагоналей записываются соответствующие элементы из второго квадрата (рис. 3).

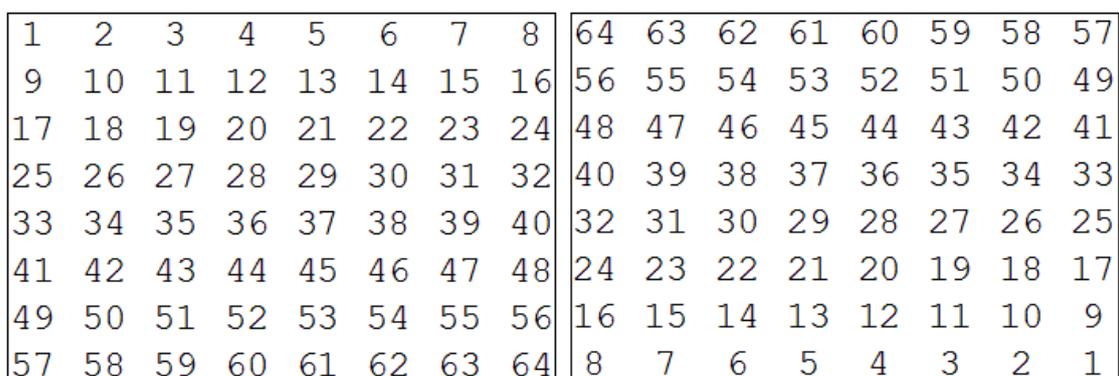


Рис. 2. Вспомогательные квадраты

64	2	3	61	60	6	7	57
9	55	54	12	13	51	50	16
17	47	46	20	21	43	42	24
40	26	27	37	36	30	31	33
32	34	35	29	28	38	39	25
41	23	22	44	45	19	18	48
49	15	14	52	53	11	10	56
8	58	59	5	4	62	63	1

Рис. 3. Магический квадрат, построенный методом Рауз – Болла

В эпоху компьютеризации появилась возможность составления программ, обеспечивающих построение магических квадратов наиболее высокого порядка и дальнейшее его использование для решения более сложного класса задач, связанных с применением магического квадрата на практике.

Магические квадраты могут быть применимы в криптографии. Они позволяют создать алгоритм перевода зашифрованного текста в изображение и наоборот. Буквы сообщения расставляются в порядке, заданном магическим квадратом. Затем каждой букве сообщения ставится в соответствие цвет, тем самым в итоге получается изображение.

Для того чтобы расшифровать такое сообщение, необходимо проделать обратную процедуру: вначале каждому цвету поставить в соответствие букву алфавита, а затем осуществить обратную перестановку, заданную исходным магическим квадратом. Весь описанный алгоритм реализован в пакете Mathematica и позволяет шифровать большой объем информации, а магические квадраты обеспечивают надежную защиту исходного открытого текста от взлома.

Магические квадраты применяются в технологиях создания телевизоров, что позволяет обеспечить плавные цветовые переходы, полностью устраняя видимые границы на больших однотонных полях изображения.

Рассмотрим простейшие изображения, которые могут быть построены на основе магических квадратов. Каждому числу в магическом квадрате поставили в соответствие оттенки серого цвета (рис. 4).

При построении магического квадрата методом Рауз – Болла сравнительно близкие значения концентрируются по горизонтальной линии, проходящей по центру квадрата, при построении методом террас – по диагонали. Подействовав на исходные магические квадраты торическими преобразованиями, можно получить концентрацию близких значений в любой части квадрата.

Одним из перспективных направлений изучения применения магических квадратов является создание телевизоров, изображение для которых формируется по принципу «магического квадрата».

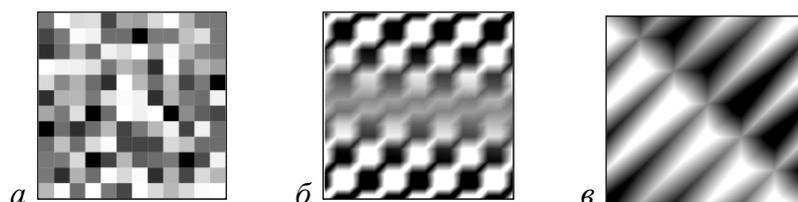


Рис. 4. Криптограмма (зашифровано определение магического квадрата) (а); изображение магического квадрата, построенного методом Рауз – Болла (порядок 16) (б); методом террас (порядок 7) (в)