

А. Н. Вислович, В. К. Полевиков

ВЛИЯНИЕ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ И КАПИЛЛЯРНЫХ СИЛ НА ФОРМУ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ МАГНИТОЖИДКОСТНОГО УПЛОТНЕНИЯ

Results of numerical simulation of an axisymmetrical free surface in a magnetic fluid sealing device for a rotating shaft in the case of a hyperbola shaped concentrator of magnetic field have been presented. The effect of applied magnetic forces and centrifugal forces caused by rotation of the magnetic fluid as well as of magnetic and capillary pressure surface discontinuities have been taken into account. The dependences of the length of the shaft part wetted by magnetic fluid upon the shaft rotation velocity have been obtained for various fluid volumes and contact angles. It has been shown that the application of magnetic fluids with small contact angles leads to essential increase of the reliability of high velocity magnetic fluid sealing devices. The effects of reduction of the heat loss coefficient and of a change of the secondary circulation direction in the seal have been revealed at an increase of the shaft rotation velocity.

Введение. В магнитоожидкостных уплотнениях (МЖУ) вращающихся валов магнитная жидкость (МЖ) удерживается внешним неоднородным магнитным полем, которое создается кольцевым концентратором магнитного потока. Магнитные силы обеспечивают равновесие объема МЖ под воздействием внешнего перепада давления и центробежных сил. Существенным и малоизученным фактором является деформация свободной поверхности МЖ при высоких скоростях вращения вала. Обычно форма поверхности принимается заданной [1, 2] или рассчитывается на основе предположения о независимости распределения скорости от формы поверхности [3, 4]. Однако эти допущения существенно ограничивают область применения получаемых результатов. Даже при сравнительно небольших скоростях вращения вблизи вала формируется воронка, которая оказывает заметное влияние на распределение скорости в объеме МЖ. По мере увеличения скорости вращения воронка проникает в область узкой части магнитного зазора. При этом радиус кривизны мениска, обусловленного смачиванием вала, уменьшается настолько, что приводит к заметному вкладу капиллярного давления в общий баланс сил.

Попытку рассчитать свободную поверхность МЖ с учетом центробежных и капиллярных сил для модельной задачи предприняли авторы работы [5]. В настоящем сообщении численное моделирование проведено для условий, приближенных к реальной ситуации. Учтено действие сил внешнего магнитного поля, центробежных сил вихревого течения в деформированном объеме, магнитного и капиллярного скачков давления на поверхности. Дана качественная оценка влияния вторичного течения.

1. Общие уравнения. В качестве базовой математической модели мы используем систему уравнений гидродинамики однородной, несжимаемой, изотропной, линейно-вязкой жидкости с постоянными коэффициентами переноса, дополненную силой взаимодействия с магнитным полем в приближении равновесной намагниченности. Элементарные оценки важнейших характеристик МЖУ сделаны на основе этой модели, например, в работе [3]. Используем также ряд предположений геометрического характера. При ламинарном режиме течения и в отсутствие эксцентриситета между концентратором и валом магнитные и гидродинамические поля обладают осевой симметрией. Однако из-за малой относительной ширины магнитного зазора правомерно плоское приближение, в котором уравнения движения записываются в локаль-

ной декартовой системе координат, а вращательный характер движения учитывается сохранением центробежной силы. Поместим начало координат на поверхность вала (которую считаем плоской), ось x направим в радиальном направлении, z — в осевом, y — в азимутальном. Тогда для стационарных полей получим

$$\rho(\mathbf{v}_\perp \nabla) v = \eta \nabla^2 v, \quad \nabla \mathbf{v}_\perp = 0; \quad (1)$$

$$\rho(\mathbf{v}_\perp \nabla) \mathbf{v}_\perp = -\nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{v}_\perp + \mu_0 M \nabla H + \rho v^2 \mathbf{e}_x / r_0; \quad (2)$$

$$-\chi^{(n)}(\mathbf{e} \nabla) H / \mu = \nabla^2 \varphi, \quad (3)$$

где r_0 — радиус вала; v — азимутальная составляющая скорости; $\mathbf{v}_\perp = v_x \mathbf{e}_x + v_z \mathbf{e}_z$ — вектор скорости вторичного (вихревого) течения; $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ и $\mathbf{e}$ — орты координатных осей и поля соответственно; $\mu = 1 + \chi$, $\chi = M/H$, $\chi^{(n)} = \chi - M_{,n}$ — нелинейная магнитная восприимчивость. Запятая перед переменной в индексе здесь и далее означает дифференцирование.

В плоском приближении «объем» жидкости представляет собой плоскую фигуру площадью Ω , ограниченную замкнутым контуром l , который включает осевые сечения $l^{(f)}$ и $l^{(s)}$ твердых и свободных поверхностей соответственно. В свою очередь, $l^{(f)}$ и $l^{(s)}$ состоят из двух односвязных контуров: $l^{(f)}$ — из сечения плоской поверхности $l^{(p)}$ и сечения концентратора $l^{(c)}$, а $l^{(s)}$ — из сечений двух свободных поверхностей $l^{(s1)}$ и $l^{(s2)}$.

Если принять, что вал и концентратор далеки от магнитного насыщения и их магнитная проницаемость $\mu^{(h)} \gg \mu$, то это позволит задать граничные условия для магнитного потенциала в виде

$$\varphi|_{f^{(p)}} = \varphi_0 = \text{const}, \quad \varphi|_{f^{(c)}} = 0, \quad (4)$$

где $f^{(p)}$ и $f^{(c)}$ — осевые сечения плоской поверхности и концентратора соответственно (они включают $l^{(p)}$ и $l^{(c)}$ как составную часть).

На твердых границах выполняются условия прилипания:

$$v|_{l^{(p)}} = v_0 = \text{const}, \quad v|_{l^{(c)}} = 0, \quad v_\perp|_{l^{(f)}} = 0. \quad (5)$$

На свободных поверхностях отсутствует нормальная составляющая скорости, а касательная составляющая H_t напряженности и нормальная составляющая индукции поля $\mu_0(H_n + M_n)$ непрерывны. Предположив, что свободная поверхность контактирует со слабомагнитной средой, намагниченность которой $M=0$, получим на $l^{(s)}$:

$$v_n = \varphi^{(e)} - \varphi^{(i)} = \varphi_{,n}^{(e)} - \mu \varphi_{,n}^{(i)} = 0.$$

Здесь и далее индексами i, e отмечены величины на внутренней и внешней сторонах поверхностного слоя МЖ. Уравнения контуров $l^{(s)}$ и внешней к ним нормали зададим в виде $\mathbf{r} = \mathbf{r}(s) = x(s) \mathbf{e}_x + z(s) \mathbf{e}_z$, $\mathbf{n} = -z' \mathbf{e}_x + x' \mathbf{e}_z$, где s — длина дуги контура, отсчитываемая от начальной точки, расположенной на поверхности вала; штрих означает дифференцирование по s .

Если пренебречь вязкими напряжениями во внешней среде, то касательная и нормальная проекции уравнения равновесия свободной поверхности примут вид

$$v_{,n} = 0, \quad v_{l,n} - \kappa v_l = 0; \quad (6)$$

$$p^{(i)} - p_0 - 2v_{n,n} + \mu_0 M_n^2 / 2 = \sigma \kappa, \quad (7)$$

где $\kappa = -\mathbf{r}'' \cdot \mathbf{n} = -z''/x' = x''/z'$ — кривизна поверхности (положительная, если поверхность выпуклая); $p_0 = \text{const}$ — давление внешней среды; σ — коэффициент поверхностного натяжения.

Проинтегрировав вдоль контура l проекцию уравнения (2) на этот контур, найдем распределение давления на границе объема МЖ:

$$p^{(i)} = p_0^{(i)} + \mu_0 \int_{H_0}^H M dH + \frac{\rho}{r_0} \int_l v^2 dx + \eta \int_l \omega_{,n} dl - \frac{\rho}{2} (v_l^2 - v_{l0}^2), \quad (8)$$

где $p_0^{(i)}$, v_{l0} — давление и вихревая скорость в точке отсчета; $\omega = \mathbf{e}_y \nabla \times \mathbf{v}_\perp$ — завихренность вторичного течения. Положительное направление на контуре задается касательным ортом $\mathbf{e}_l = \mathbf{e}_y \times \mathbf{n}$. Отсюда получаем уравнение для потока завихренности через замкнутый контур l :

$$-\eta \oint_l \omega_{,n} dl = \frac{\rho}{r_0} \oint_l v^2 dx. \quad (9)$$

Контуром интегрирования здесь может быть не только граница «объема», но любая замкнутая линия тока вторичного течения, так как на ней выполняется условие непротекания $v_n = 0$, используемое при получении уравнения (9), а также (8).

Выбрав в качестве точки отсчета начальную точку $s=0$, из соотношений (7), (8) получим уравнение, описывающее распределение давления на свободной поверхности:

$$\begin{aligned} \sigma\kappa = p_0^{(i)} - p_0 + \mu_0 \left(\int_{H_0}^H M dH + M_n^2/2 \right) + \\ + \rho \left(1/r_0 \int_0^x v^2 dx - v_l^2/2 \right) + \eta \left(\int_0^s \omega_{,n} ds - 2v_{n,n} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Азимутальную скорость и потенциал представим в виде

$$v = \overset{\circ}{v} + \tilde{v}, \quad \varphi = \overset{\circ}{\varphi} + \tilde{\varphi}, \quad (11)$$

где $\overset{\circ}{v}$ — распределение азимутальной скорости без учета возмущений, вносимых вторичным течением; $\overset{\circ}{\varphi}$ — потенциал внешнего поля. Как следует из (1) и (3) ... (6), невозмущенные поля являются решениями задач

$$\nabla^2 \overset{\circ}{v} = 0, \quad \overset{\circ}{v}|_{l(p)} = v_0, \quad \overset{\circ}{v}|_{l(c)} = 0, \quad \overset{\circ}{v}_{,n}|_{l(s)} = 0, \quad (12)$$

$$\nabla^2 \overset{\circ}{\varphi} = 0, \quad \overset{\circ}{\varphi}|_{f(p)} = \varphi_0, \quad \overset{\circ}{\varphi}|_{f(c)} = 0, \quad (13)$$

а возмущения удовлетворяют неоднородным уравнениям и однородным граничным условиям.

Поскольку в условиях уплотнений МЖ близка к магнитному насыщению, магнитная восприимчивость χ является малым параметром, поэтому в линейном приближении магнитные слагаемые в уравнении (10) можно представить в виде

$$\int_0^H M dH \approx \int_0^{\dot{H}} M dH + M h_e + 1/2 h (\overset{\circ}{\chi} h - \overset{\circ}{\chi}^{(n)} h_e), \quad (14)$$

$$1/2 M_n^2 \approx \dot{M}_n (1/2 \dot{M}_n + \overset{\circ}{\chi} h_n - \overset{\circ}{\chi}^{(n)} h_{en}),$$

где $\mathbf{h} = \mathbf{H} - \dot{\mathbf{H}}$; $\dot{\mathbf{H}} = -\nabla \overset{\circ}{\varphi}$; $\dot{M} = M(\dot{H})$; $\overset{\circ}{\chi} = \chi(\dot{H})$; $\mathbf{e}$ — орт внешнего поля.

Приняв в качестве масштабов расстояния минимальную ширину магнитного зазора l_0 , азимутальной скорости — скорость поверхности вала v_0 , давления — комплекс $p_* = \rho v_0^2 l_0 / r_0$, намагниченности — намагниченность насыщения M_s , напряженности поля — ее максимальное значение H_c в зазоре, скорости вторичного течения — ее максимальное значение v_w , запишем уравнение (10) в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \frac{\kappa}{We} = & \frac{1}{Fr_m} \left(\int_{H_0}^H M dH + \frac{1}{2} Xi M_n^2 \right) + \frac{1}{L} \left(p_0^{(i)} - p_0 + \right. \\ & \left. + \int_0^x v^2 dx \right) + \frac{V}{Re} \left(\int_0^s \omega_{,n} ds - 2v_{n,n} \right) - \frac{1}{2} V^2 v_{\perp}^2; \\ We = & \frac{\rho v_0^2 l_0}{\sigma}, \quad Fr_m = \frac{\rho v_0^2}{\mu_0 M_s H_c} \equiv \frac{v_0^2}{v_m^2}, \quad Xi \equiv \frac{M_s}{H_c}, \\ L = & \frac{r_0}{l_0}, \quad Re = \frac{\rho v_0 l_0}{\eta}. \end{aligned} \quad (15)$$

Из уравнения (9) следует выражение для относительной интенсивности вторичного течения $V = v_w / v_0$:

$$\begin{aligned} V = & V_1 Re / L = V_1 R_m (F/L)^{1/2}; \\ F = & \frac{Fr_m}{L}, \quad R_m = \frac{\rho v_m l_0}{\eta}, \quad V_1 = \frac{W}{W_1}, \\ W = & \oint_l v^2 dx, \quad W_1 = - \oint_l \omega_{,n} dl. \end{aligned} \quad (16)$$

Детализируем (15) с учетом (16) и разложений (11), (14). Выбрав в качестве масштабов возмущений поля h намагниченность насыщения M_s , возмущений скорости $\tilde{v}$ — комплекс $\tilde{v}_* = Re v_w$ (такой выбор определяется уравнением (1)), в линейном по малому параметру Xi приближении получим

$$\begin{aligned} \kappa Bo_m^{-1} = & \int_0^H M dH + Xi (1/2 \dot{M}_n^2 + \dot{M} h_e) + C + F \left[\int_0^s \tilde{v}^2 dx + \right. \\ & \left. + V_1 \left(\int_0^s \omega_{,n} ds + 2R^2 \tilde{v} - 2v_{n,n} \right) + V_1^2 R^2 (R^2 \tilde{v}^2 - 1/2 v_{\perp}^2) \right], \end{aligned} \quad (17)$$

где $C = \text{const}$; $Bo_m = We / Fr_m = \mu_0 M_s H_c l_0 / \sigma$ — магнитное число Бонда; $R = Re / L^{1/2}$ — модифицированное число Рейнольдса.

Основным критерием, определяющим искривление свободной поверхности под действием центробежных сил, является модифицированное магнитное число Фруда (параметр вращения) F . При $F \geq 1$ центробежный перепад давления становится сравнимым с магнитным. Приведем оценку скорости вращения вала, соответствующую этому случаю. Полагая $\mu_0 H_c = 1$ Тл, $M_s = 5 \cdot 10^4$ кА/м, $\rho = 1,2 \cdot 10^3$ кг/м³ ($v_m \approx 6$ м/с), получаем $v_0 \geq 6L^{1/2}$ м/с. Для МЖУ $L \sim 10^2$.

Вторичное течение воздействует на форму поверхности как непосредственно, так и косвенным путем — через искажение профиля основного течения. Непосредственное влияние определяется параметром вторичного течения V_1 , косвенное — комплексом $V_1 R^2 = V_1 R_m^2 F$. Безразмерная циркуляция центробежных сил W и поток завихренности W_1 , определяющие V_1 , являются неизвестными функциями задаваемых

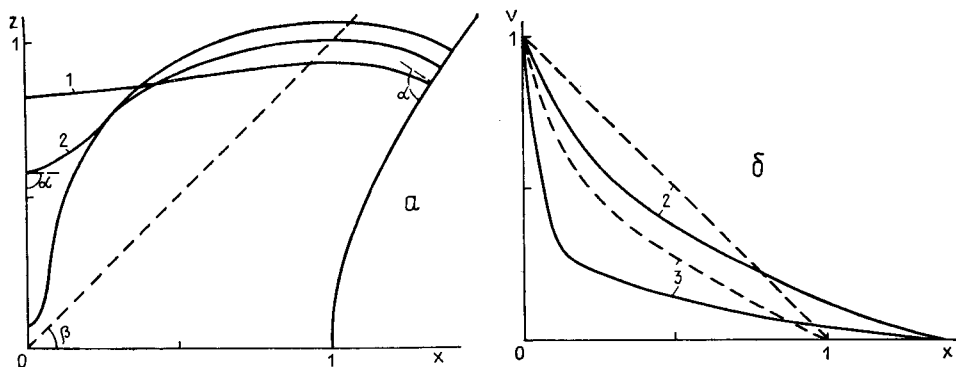


Рис. 1. Форма свободной поверхности (а) и профили азимутальной скорости (б) на ней (—) и на линии симметрии $z=0$ (---) при $U=2$, $\alpha=\pi/2$ и $F=0$ (1; см. а), 0,5 (2) и 5 (3).

Fig. 1. Form of the free surface (a) and azimuthal velocity profiles (б) at this surface (solid) and on the symmetry axis $z=0$ (dashed lines) at $U=2$, $\alpha=\pi/2$ and $F=0$ (1; see a), 0,5 (2) and 5 (3).

внешних параметров. Однако область их изменения достаточно ограничена. Оценки показывают, что при наличии только одной конвективной ячейки $W_1 \sim 50 \dots 200$ (предполагается, что пограничные слои, ведущие к возрастанию W_1 , отсутствуют, а разброс пределов W_1 связан с различными условиями на границах). Циркуляция W , напротив, является малой величиной ($W < 1$), так как зависит только от вихревой составляющей поля центробежных сил. Параметр V_1 , таким образом, мал. Комплекс $V_1 R^2$ в условиях существенно деформированной поверхности ($F \geq 1$) в общем случае не является малым вследствие больших значений характеристического числа Рейнольдса R_m . Используя приведенные выше численные значения, получим оценки: $R_m \approx 60$, $Xi \approx 2\pi \cdot 10^{-2}$, $Bo_m \approx 200$ ($\sigma \approx 5 \cdot 10^{-2}$ Н/м, $\eta \approx 2 \cdot 10^{-2}$ Па·с).

2. Замкнутая математическая модель. Расчет формы поверхности с учетом всех факторов, включенных в уравнение (17), представляет собой весьма громоздкую задачу. Положим $V_1=0$, полностью исключая влияние вторичного течения. Пренебрежем также слагаемым $Xi M h_e$, содержащим малый параметр Xi . Следует отметить, что малые значения Xi в общем случае не гарантируют малого влияния возмущений поля на форму поверхности, вследствие обусловленного ими специфического механизма поверхностной неустойчивости. Оценки, выполненные в рамках приближения [6], показывают, что в условиях уплотнения эта неустойчивость подавляется сильным градиентным полем. Вместе с тем сохраним слагаемое $Xi M_n^2/2$, которое по порядку величины сравнимо с отбрасываемым, но не вносит в расчет особых трудностей. Капиллярное давление в (17), в котором кроме малого параметра Bo_m^{-1} содержатся производные высшего порядка, следует оставить для описания мениска вблизи твердых поверхностей.

Рассмотрим магнитный зазор, образованный плоской поверхностью и гиперболическим концентратором магнитного потока. Уравнение контура $f^{(c)}$ в этом случае имеет вид

$$\hat{x}^2/\cos^2 \beta - \hat{z}^2/\sin^2 \beta = l_0^2/\cos^2 \beta.$$

Здесь l_0 — минимальная ширина зазора; $\hat{x}$, $\hat{z}$ — размерные координаты; β — предельный угол гиперболы (см. рис. 1). Такая форма концентратора позволяет получить аналитическое выражение для внешнего магнитного поля, отражающее основные особенности распределения поля в магнитном зазоре реальных МЖУ. В этом случае удобно

ввести координаты эллиптического цилиндра ξ, τ ($\xi \geq 1, \tau \leq 1$), связанные с безразмерными декартовыми координатами соотношениями:

$$\begin{aligned} \xi &= 0,5 \cos \beta (r^+ + r^-), \quad \tau = 0,5 \cos \beta (r^+ - r^-); \\ r^+ &= \left((x + 1/\cos \beta)^2 + z^2 \right)^{1/2}, \quad r^- = \left((x - 1/\cos \beta)^2 + z^2 \right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (18)$$

Контуры $f^{(p)}$ и $f^{(c)}$ совпадают с координатными линиями $\tau=0$ и $\tau=\cos \beta$. Сформулировав задачу (13) в координатах ξ, τ , мы можем получить ее решение в виде $\Phi = \Phi_0(\arccos \tau - \beta)/(\pi/2 - \beta)$, из которого затем найдем распределение внешнего поля:

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= H_c \sin \beta (\cos \delta \mathbf{e}_x - \sin \delta \mathbf{e}_z)/g; \\ g &= (\xi^2 - \tau^2)^{1/2}, \quad \cos \delta = \frac{\xi(1 - \tau^2)^{1/2}}{g}, \quad H_c = \frac{\Phi_0 \operatorname{ctg} \beta}{l_0(\pi/2 - \beta)}. \end{aligned} \quad (19)$$

Из уравнения (17), учитывая оговоренные выше допущения, для случая магнитного насыщения ($M = M_s$) получаем

$$\begin{aligned} \operatorname{Bo}_m^{-1} z'' &= -x'(C + P), \quad \operatorname{Bo}_m^{-1} x'' = z'(C + P); \\ P &= F \int_0^s v^2 x' ds + \frac{\sin \beta}{g} \left[1 + \operatorname{Xi} \frac{\sin \beta}{g} (x' \sin \delta - z' \cos \delta) \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

На поверхности вала и концентратора выполняются кинематические условия

$$x_0 = 0, \quad z_1 = (x_1^2 - 1)^{1/2} \operatorname{tg} \beta \quad (21)$$

и условия постоянства контактного угла

$$z'_0 = -\cos \alpha, \quad z'_1 = \cos(\delta_1 + \alpha), \quad x'_0 = \sin \alpha, \quad x'_1 = \sin(\delta_1 + \alpha), \quad (22)$$

где индексами 0, 1 отмечены величины в начальной ($s=0$) и конечной ($s=S$) точках свободной поверхности; $S = l_s/l_0$; l_s — длина контура $l^{(s)}$. Проинтегрировав первое из уравнений (20) с учетом граничных условий, получим выражение для постоянной C :

$$C = -1/x_1 \left[\operatorname{Bo}_m^{-1} (\cos(\delta_1 + \alpha) + \cos \alpha) + \int_0^s P x' ds \right]. \quad (23)$$

Условие постоянства объема имеет вид:

$$U \equiv \frac{\Omega}{l_0^2} = 2 \int_0^s z x' ds - x_1 z_1 + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \beta \ln \frac{x_1 \operatorname{tg} \beta + z_1}{x_1 \operatorname{tg} \beta - z_1}. \quad (24)$$

Замыкают систему (18) ... (24) уравнения (12) для скорости. В соответствии с теорией потенциала [7] решением задачи (12) на контуре l является решение интегрального уравнения

$$\pi v = \oint_l (\bar{v} \rho_n / \rho^2 - \bar{v}_n \ln \rho) d\bar{l}, \quad (25)$$

где $d\bar{l} = (d\bar{x}^2 + d\bar{z}^2)^{1/2}$; $\mathbf{q} = (x - \bar{x})\mathbf{e}_x + (z - \bar{z})\mathbf{e}_z$ — радиус-вектор, проведенный из точки источника с координатами $\bar{x}, \bar{z}$ в точку наблюдения x, z ; $\mathbf{n}$ — внешняя нормаль в точках источника; v и $\bar{v}$ — скорости в точках наблюдения и источника.

В дальнейшем рассмотрим ситуацию, при которой перепад давлений внешней среды на свободных поверхностях равен нулю. В этом

случае ось x является линией зеркальной симметрии и расчету подлежит лишь одна свободная поверхность.

Используя распределения скорости на свободной границе и линии симметрии $z=0$, можно в первом приближении рассчитать циркуляцию центробежных сил по формулам:

$$W = W^{(s)} - W^{(0)}, \quad W^{(s)} = \int_0^{x_1} v^2|_{l(s)} dx, \quad W^{(0)} = \int_0^1 v^2|_{z=0} dx. \quad (26)$$

Получаемое из (25) решение для скорости сдвига на валу позволяет вычислить мощность тепловых потерь в «объеме» МЖ:

$$\eta \oint v_n v dl = \eta v_0^2 N; \quad N = 2 \int_0^{z_0} v_n|_{x=0} dz, \quad (27)$$

$N = -2 \int_0^{z_0} \frac{\partial v}{\partial x} dy$

где N — безразмерный коэффициент тепловых потерь.

Для задачи (18) ... (25) был составлен конечно-разностный аналог, определенный в области $z \geq 0$. Основные расчеты проводили на равномерной и неравномерной сетках с числом разбиений 100 на свободной поверхности и по 20 на валу и концентраторе. На свободной поверхности неравномерная сетка сгущалась вблизи точек контакта жидкости с твердыми поверхностями. Применен метод последовательных приближений. На каждой итерации сначала с помощью метода граничных элементов [8] решено интегральное уравнение (25) и определена скорость на свободной поверхности, найденной на предыдущей итерации. Положение свободной поверхности затем уточняли с учетом полученного нового распределения скорости путем решения задачи (18) ... (24) по вычислительному алгоритму, аналогичному [9].

3. Результаты расчета. Приведенные ниже результаты получены при фиксированных характеристных значениях $\beta = \pi/4$, $\chi_i = 2\pi \cdot 10^{-2}$, $Bo_m = 200$. Контрольные расчеты при $\chi_i = 0$ показали, что влияние этого параметра на характеристики свободной поверхности незначительно. Варьировали параметр вращения F , безразмерный «объем» U и контактный угол α . Результаты типичного расчета формы свободной поверхности и распределения азимутальной скорости приведены на рис. 1. Как видно, при $F \geq 1$ распределение скорости на линии симметрии заметно отличается от линейного, а на свободной поверхности приобретает погранслоный характер.

Наиболее чувствительным к изменению F параметром свободной поверхности является координата z_0 точки контакта с валом, равная половине длины смоченного жидкостью участка вала (сокращенно — длина смачивания). Положение точки контакта, расположенной на концентраторе, изменяется слабо.

Установлена эволюция длины смачивания при постепенном наращивании параметра F и фиксированных U и α (см. рис. 2 и 3). Параметром относительной деформации свободной поверхности может служить отношение $\varepsilon = z_0/z_{0\max}$, где $z_{0\max}$ — длина смачивания при $F=0$. В качестве условной границы, разделяющей область больших и малых деформаций, выберем $\varepsilon = 1/2$. Соединив точки, соответствующие $\varepsilon = 1/2$ для различных U , получим кривую половинного деформирования поверхности (штриховая линия на рис. 2,а). Значение параметра вращения $F_{1/2}$, при котором достигается половинное деформирование, является своеобразным показателем жесткости поверхности, зависящим от объема МЖ. Как видим, эта зависимость характеризуется наличием максимума $F_{1/2} \approx 2,2$. Соответствующее ему значение «объема», которое находится в диапазоне $4,5 < U_{\text{opt}} < 9$, видимо, можно принять в качестве оптимального для рассматриваемой конфигурации магнитного зазора.

$$N = 2 \int_0^{z_0} \frac{\partial v}{\partial x} dy = 2 \int_0^{z_0} \left[\oint v \frac{\partial v}{\partial n} d\Omega - \oint v \frac{\partial v}{\partial n} d\Omega \right] = 2 \int_0^{z_0} \oint v \frac{\partial v}{\partial n} d\Omega = -2 \int_0^{z_0} \oint v_0 \frac{\partial v}{\partial x} dy$$

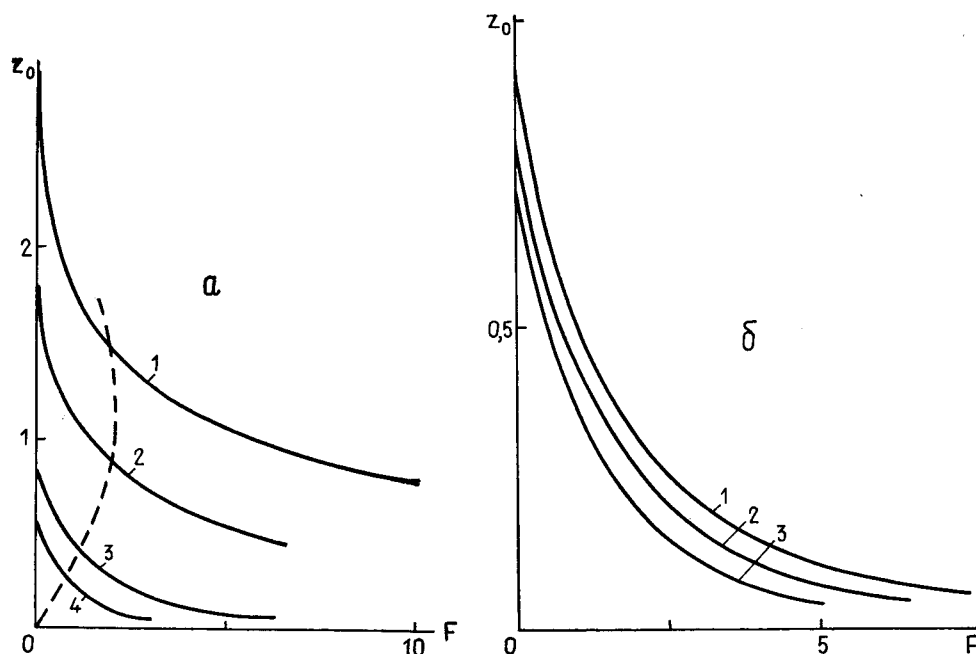


Рис. 2. Зависимости длины смоченного участка вала от параметра вращения при $\alpha=\pi/2$ и $U=9,25$ (1), 4,53 (2), 2 (3) и 1,5 (4) (а; штриховая линия — кривая поло-
винного деформирования поверхности) и $U=2$, $\alpha=\pi/4$ (1), $\pi/2$ (2) и $3\pi/4$ (3) (б).

Fig. 2. Dependences of the wetted shaft part length on rotation parameter at $\alpha=\pi/2$ and $U=9.25$ (1), 4.53 (2), 2 (3) and 1.5 (4) (a; dashed line — curve of the half
deformation of the surface); at $U=2$, $\alpha=\pi/4$ (1), $\pi/2$ (2) and $3\pi/4$ (3) (b).

Следует отметить асимптотический характер уменьшения длины смачивания от параметра вращения в области больших деформаций, поэтому определение предельного значения F , соответствующего стягиванию участка смачивания в точку, представляет трудности. Не исключено, что этот предел отсутствует. На практике максимально достижимые значения F будут сильно зависеть от уровня возмущений, существующих в реальной физической системе. Приведенные на рис. 2, б зависимости показывают заметное влияние угла смачивания. Например, значение F , соответствующее $z_0=0,05$, в случае смачивающей жидкости ($\alpha=\pi/4$) приблизительно в 1,7 раза выше, чем в случае несмачивающей ($\alpha=3\pi/4$).

Были проведены численные эксперименты, в которых при фиксированном параметре вращения угол смачивания постепенно возрастал (рис. 3). Смачивающие жидкости образуют вблизи вала вогнутый мениск, поэтому на рис. 3 помимо z_0 изображено $z_{\min}$ (штриховая линия). Разность $z_0 - z_{\min}$ представляет собой глубину мениска. Как видно из рис. 3, при переходе от максимально достигнутых при расчетах углов $\alpha \approx 5\pi/6$ к предельному случаю $\alpha=0$ длина смачивания при $F=2,5$ увеличивается более чем в два раза, а при $F=5$ — более чем в три раза. Таким образом, смачивание является фактором, заметно увеличивающим надежность работы МЖУ при высоких скоростях вращения вала.

Расчет интегральных параметров (26), (27) позволяет сделать некоторые выводы относительно теплового режима и вторичного течения в объеме МЖ. Коэффициент вязких потерь существенно уменьшается с ростом параметра вращения (рис. 4), поскольку среднее значение скорости сдвига вблизи вала возрастает медленнее, чем убывает длина смачивания. При небольших «объемах» ($U=2; 1,5$) внутренняя составляющая циркуляции $W^{(0)}$ превышает периферийную составляющую $W^{(s)}$

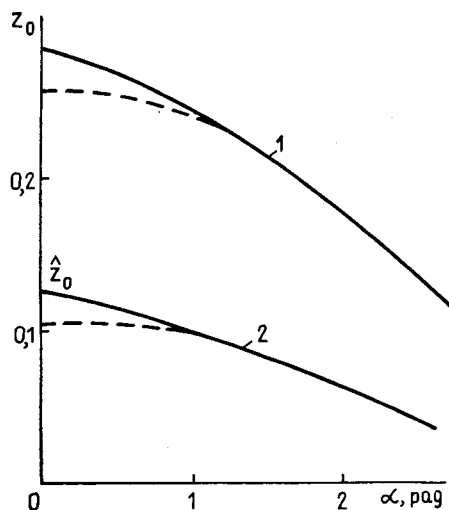


Рис. 3. Зависимости длины смоченного участка вала (z_0 , сплошные) и глубины мениска (разности $z_0 - z_{\min}$; $z_{\min}$ — штриховые линии) от контактного угла при $U=2$ и $F=2.5$ (1) и 5 (2).

Fig. 3. The wetted shaft part length (z_0) and meniscus depth ($z_0 - z_{\min}$; $z_{\min}$ — dashed curves) vs the contact angle at $U=2$, $F=2.5$ (1) and 5 (2).

Рис. 4. Зависимости коэффициента тепловых потерь от параметра вращения F при $\alpha=\pi/2$ и $U=9.25$ (1), 4.53 (2) и 2 (3).

Fig. 4. The heat loss coefficient N vs the rotation parameter F at $\alpha=\pi/2$ and $U=9.25$ (1), 4.53 (2) and 2 (3).

при любых F , так что будем иметь $W_1 < 0$. В этом случае на линии симметрии жидкость движется от вала к концентратору, а на свободной поверхности — в обратном направлении. При умеренных и больших «объемах» ($U \geq 3$) имеет место смена знака: $W > 0$ при малых скоростях, $W < 0$ при больших. Так, например, для $U=4.53$ смена знака происходит при $F=0.38$ (см. рис. 5). Если в «объеме» реализуется одна конвективная ячейка, то смена знака означает изменение направления циркуляции жидкости. Возможен также другой сценарий. При малых F между линией симметрии и свободной границей образуется конвективная ячейка с положительной циркуляцией. Однако по мере углубления воронки вблизи линии симметрии зарождается и прогрессирует вторичная ячейка с отрицательной циркуляцией. При достижении некоторого F интенсивность движения в обеих ячейках выравнивается, и циркуляция для всего объема обращается в нуль. При дальнейшем увеличении F вторичная ячейка подавляет основную, оттесняя ее в застойную зону, примыкающую к поверхности концентратора вблизи точки контакта. Чтобы определить, какой из вариантов реализуется в

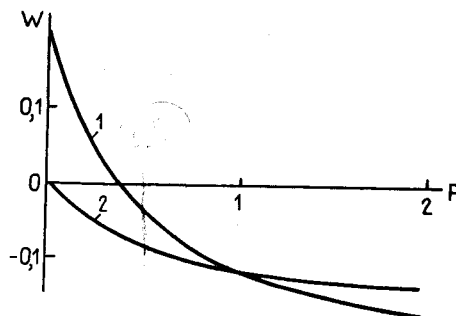


Рис. 5. Зависимости циркуляции центробежных сил от F при $\alpha=\pi/2$ и $U=4.53$ (1) и 2 (2).

Fig. 5. The circulation of centrifugal forces vs F at $\alpha=\pi/2$ and $U=4.53$ (1) and 2 (2).

2
действительности, требуется более детализированная модель. На основании полученных данных можно лишь утверждать, что в практически важной области невысоких значений параметра вращения ($F < 0,5$) деформация свободной поверхности является фактором, препятствующим развитию вторичного течения.

Авторы выражают благодарность Б. М. Берковскому за внимание к работе и полезные консультации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баштовой В. Г., Краков М. С., Погирницкая С. Г. Численные исследования мощности тепловыделения в магнитожидкостном уплотнении с учетом геометрических факторов // Магнит. гидродинамика. — 1991. — № 2. — С. 116...121.
2. Krakov M. S., Pogirnitskaja S. G. Energy dissipation and structure of the flow in magnetofluids seal // Sixth Intern. Conf. on Magnetic Fluids. Programme and Abstracts. — Paris, 1992. — P. 434...435.
3. Берковский Б. М., Медведев В. Ф., Краков М. С. Магнитные жидкости. — М., 1989. — 240 с.
4. Орлов Л. П., Полевиков В. К., Фертман В. Е. Теоретическое исследование термогидродинамических процессов в магнитожидкостном уплотнении // Трение и износ. — 1982. — Т. 3, № 1. — С. 123...128.
5. Будник А. М., Полевиков В. К. Моделирование свободной поверхности кольцевых магнитожидкостных уплотнений с помощью метода граничных элементов // Дифференциальные уравнения. — 1992. — Т. 28, № 7. — С. 1177...1181.
6. Вислович А. Н. Критерии устойчивости свободной поверхности магнитной жидкости в неоднородном магнитном поле // V Всесоюз. совещ. по физике магнитных жидкостей. — Пермь, 1990. — С. 41...43.
7. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. — Изд. 5-е, стереотипное. — М., 1977. — 736 с.
8. Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов. — М., 1987. — 524 с.
9. Берковский Б. М., Полевиков В. К. О численном моделировании разрушения односвязных осесимметричных форм магнитной жидкости // Магнит. гидродинамика. — 1983. — № 4. — С. 60...66.

Поступила в редакцию 07.05.93