

Ровба Евгений Алексеевич, доктор физико-математических наук, профессор, ректор Гродненского государственного университета имени Янки Купалы, Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, Гродно, Республика Беларусь, rovba@grsu.by.

Смотрицкий Константин Анатольевич, кандидат физико-математических наук, доцент, Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, Гродно, Республика Беларусь, k_smotritski@mail.ru.

УДК 517.443

Ю.Г. Рулинский, И.Л. Васильев

**ОБ ОДНОМ УСЛОВИИ ПРЕДСТАВИМОСТИ
ЦЕЛЫХ ФУНКЦИЙ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ТИПА
ИНТЕГРАЛАМИ ФУРЬЕ**

Пусть $z = x + iy$, $1 < p < 2$, $p' = \frac{p}{p-1}$.

Теорема 1. Пусть $F(z)$ – целая функция экспоненциального типа $\leq a$, для которой

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} F(x) = 0$$

и существуют такие $M, \epsilon > 0$ ($\epsilon \leq \frac{1}{2} - \frac{1}{p'}$), что

$$|F'(x)| \leq M|x|^{-1-\frac{1}{p'}-\epsilon},$$

при достаточно больших по модулю значениях x . Тогда

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-a}^a f(t)e^{izt} dt,$$

где $f(t) \in L_p(-a, a)$.

Теорема 2. Пусть $F(z)$ – целая функция экспоненциального типа $\leq a$, принадлежащая $L_{p'}$ на вещественной оси. Для того чтобы

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-a}^a f(t)e^{izt} dt,$$

где $f(t) \in L_p(-a, a)$, необходимо и достаточно, чтобы существовал конечный предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-n}^n G(-x)F(x)dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

для каждой функции $G(x)$, представимой в виде

$$G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-a}^a g(t)e^{izt} dt,$$

где $g(t) \in L_{p'}(-a, a)$.

Сформулируем основную теорему.

Теорема. Пусть $F(z)$ – целая функция экспоненциального типа $\leq a$, для которой существуют такие $M, \epsilon > 0$ ($\epsilon \leq \frac{1}{2} - \frac{1}{p'}$), что

$$|F(x)| \leq M|x|^{-\frac{1}{p'} - \epsilon},$$

при достаточно больших по модулю значениях x . Тогда

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-a}^a f(t)e^{izt} dt,$$

где $f(t) \in L_p(-a, a)$.

Список литературы

- [1] Рулинский, Ю.Г. Преобразование Фурье финитных функций и интегральные уравнения типа свертки на конечных отрезках: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.01.01 / Ю.Г. Рулинский. – Минск, 2007. – 101 с.
- [2] Титчмарш, Е. Введение в теорию интегралов Фурье / Е. Титчмарш. – Москва-Ленинград: Гостехиздат, 1948. – 480 с.

Рулинский Юрий Григорьевич, кандидат физико-математических наук, Белорусский государственный университет, Минск, Республика Беларусь, rulinski_yuri@tut.by.

Васильев Игорь Леонидович, кандидат физико-математических наук, доцент, Белорусский государственный университет, Минск, Республика Беларусь.