

Министерство образования Республики Беларусь  
Учебно-методическое объединение вузов Республики Беларусь  
по естественнонаучному образованию

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра образования  
Республики Беларусь

  
А. И. Жук

«31»

2008 г.

Регистрационный № ТД- В. 141 /тип.

**Алгебра**

**Типовая учебная программа  
для высших учебных заведений по специальности  
1-31 03 02 «Механика (по направлениям)»**

СОГЛАСОВАНО

Председатель УМО вузов  
Республики Беларусь по  
естественнонаучному  
образованию

  
В. Ф. Самохвал

«31» 12 2008 г.

СОГЛАСОВАНО

Начальник Управления высшего и  
среднего специального образования

  
Ю. И. Миксюк

«31» 12 2008 г.

Первый проректор Государственного  
учреждения образования  
«Республиканский институт высшей  
школы»

  
И. В. Казакова

«16» 12 2008 г.

Эксперт-нормоконтролер

  
С. М. Артемьева

«16» 12 2008 г.

Минск 2008

**СОСТАВИТЕЛИ:**

Беняш-Кривец Валерий Вацлавович, профессор кафедры высшей алгебры Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Курсов Валерий Владимирович, доцент кафедры высшей алгебры Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

Кафедра алгебры и геометрии Учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет им. М. Танка»

Берник Василий Иванович, главный научный сотрудник Государственного научного учреждения «Институт математики Национальной академии наук Беларуси», доктор физико-математических наук, профессор.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:**

Кафедрой высшей алгебры механико-математического факультета Белорусского государственного университета

(протокол № 9 от 25 марта 2008 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 3 от 27 марта 2008 г.);

Научно-методическим советом по математике и механике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию

(протокол № 3 от 10 апреля 2008 г.);

Ответственный за выпуск: Беняш-Кривец Валерий Вацлавович

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### Актуальность изучения учебной дисциплины «Алгебра»

Материал дисциплины «Алгебра» находит применение в преподавании математического анализа, геометрии, топологии, функционального анализа, дифференциальных уравнений и многих других дисциплин. Этим определяется актуальность её изучения. Дисциплина имеет общенаучную и профессиональную направленность. Объем изучаемого материала должен быть достаточным, чтобы выпускник вуза был компетентен решать следующие профессиональные задачи:

- вести теоретические и прикладные научные исследования;
- осуществлять педагогическую и методическую работу в области математики и ее приложений;
- использовать математические методы исследований при анализе современных естественнонаучных и экономических процессов.

### Цели и задачи учебной дисциплины

Программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования по специальности 1-31 03 02 «Механика (по направлениям)» и рассчитана на изучение дисциплины в первых двух семестрах.

Цель дисциплины «Алгебра» – обучение студентов фундаментальным методам общей алгебры, линейной алгебры, теории многочленов и комплексных чисел. При преподавании дисциплины «Алгебра» ставятся следующие задачи:

- ознакомить студентов с фундаментальными понятиями и методами линейной алгебры. Изучить матрицы и определители, методы решения систем линейных уравнений, теорию векторных пространств и линейных операторов, теорию квадратичных и билинейных форм;
- изучить комплексные числа и многочлены;
- развить у студентов аналитическое мышление и общую математическую культуру;
- привить студентам умение самостоятельно изучать учебную и научную литературу в области математики.

### Требования к уровню усвоения содержания учебной дисциплины

Требования к уровню усвоения содержания дисциплины определены образовательным стандартом по специальности 1-31 03 02 «Механика (по направлениям)». Выпускник должен

#### **знать:**

- определители и их свойства;
- критерий совместности системы линейных уравнений, метод Гаусса и правило Крамера решения систем линейных уравнений;

– понятия билинейной и квадратичной формы, их нормальный вид, закон инерции, знакопостоянные квадратичные формы, критерий Сильвестра;

**уметь:**

– выполнять действия с комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме, извлекать корни из комплексных чисел, применять формулу Муавра;

– находить базис векторного пространства, суммы и пересечения подпространств, координаты вектора в заданном базисе, находить ранг матрицы и системы векторов;

– приводить ортогональные и унитарные операторы к каноническому виду, приводить квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием.

### Диагностика компетенций студента

С целью текущего контроля рекомендуется проведение 1–2 коллоквиумов и 1–2 контрольных работ в каждом семестре. Рекомендуется разработать систему индивидуальных домашних заданий. Для контроля и самоконтроля знаний и умений студента по отдельным темам или разделам возможно использование тестовых технологий.

Типовым учебным планом по специальности 1-31 03 02 «Механика (по направлениям)» на изучение дисциплины «Алгебра» отводится 288 часов, из них 136 аудиторных часов (лекции – 68 часов; практические занятия – 68 часа). Предлагается следующее их распределение по разделам.

### ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ

№ разд. п/п	Наименование раздела	Количество аудиторных часов		
		Всего	лекций	практических и КСР
1.	Арифметика целых чисел. Комплексные числа.	12	6	6
2.	Матрицы и операции над ними	16	8	8
3.	Перестановки и подстановки. Определители и их применение	20	10	10
4.	Многочлены от одной переменной	16	8	8
5.	Алгебраическая операция, понятия группы, кольца, поля	4	2	2
6.	Векторные пространства	16	8	8
7.	Системы линейных уравнений	8	4	4
8.	Линейные операторы векторных про-	12	6	6

	странств:			
9.	Нормальные формы матриц	8	4	4
10.	Квадратичные формы	8	4	4
11.	Евклидовы и унитарные пространства, их операторы	16	8	8
Всего часов		136	68	68

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### Раздел 1. Арифметика целых чисел. Комплексные числа.

Делимость целых чисел и ее свойства. Теорема о делении с остатком. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа, критерий взаимной простоты. Наименьшее общее кратное. Определение комплексных чисел. Действия в компонентах. Алгебраическая форма комплексных чисел. Комплексное сопряжение. Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплексного числа, их свойства. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра и ее применение в вещественных вычислениях. Геометрическая интерпретация действий с комплексными числами. Извлечение корня из комплексного числа.

### Раздел 2. Матрицы и операции над ними.

Матрица размера  $m \times n$ . Квадратная матрица порядка  $n$ . Диагональная матрица. Единичная матрица порядка  $n$ . Нулевая матрица размера  $m \times n$ . Вектор-строка. Вектор-столбец. Равенство матриц. Сложение матриц, умножение матрицы на скаляр. Умножение матриц. Транспонирование. Свойства матричных операций. Многочлен от матрицы. Элементарные преобразования матриц. Теорема о приведении произвольной матрицы к верхней трапециевидной форме.

### Раздел 3. Перестановки и подстановки. Определители и их применение.

Определения перестановок и подстановок, их число. Инверсии и порядки, четность перестановки. Транспозиции и циклы. Разложение подстановки в произведение независимых циклов и транспозиций. Определители второго и третьего порядков. Определитель квадратной матрицы произвольного порядка и его свойства. Определитель транспонированной матрицы. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Разложение определителя по строке и столбцу. Определитель треугольной матрицы. Методы вычисления определителей. Определитель Вандермонда. Обратная матрица, методы ее вычисления. Матричная запись системы линейных уравнений. Теорема Крамера. Метод Гаусса.

### Раздел 4. Многочлены от одной переменной.

Построение многочленов. Степень многочлена и ее свойства. Теорема о

деления с остатком для многочленов. Алгоритм Евклида, теорема о наибольшем общем делителе многочленов. Взаимно простые многочлены. Неприводимые многочлены. Разложение многочлена на неприводимые множители. Теорема Безу. Схема Горнера. Корень многочлена, теорема о числе корней. Кратные корни. Интерполяционная задача, интерполяционная формула Лагранжа. Многочлены над полем комплексных чисел, основная теорема алгебры. Каноническое разложение многочлена над полями комплексных и вещественных чисел. Простейшие дроби, разложение правильной дроби в сумму простейших.

### **Раздел 5. Алгебраическая операция, понятия группы, кольца, поля.**

Алгебраическая операция. Свойства алгебраической операции: коммутативность и ассоциативность. Нейтральный элемент множества относительно алгебраической операции. Симметричные элементы множества относительно алгебраической операции. Определения группы, кольца, поля. Примеры.

### **Раздел 6. Векторные пространства.**

Определение и примеры. Система образующих, конечномерные пространства. Линейная зависимость векторов. Базис, размерность. Координаты вектора, их изменение при изменении базиса. Матрица перехода. Ранг системы векторов. Ранг матрицы. Подпространство, его размерность. Сумма и пересечение подпространств, связь их размерностей. Прямая сумма подпространств.

### **Раздел 7. Системы линейных уравнений.**

Системы линейных уравнений, однородные системы. Теорема Кронекера–Капелли. Фундаментальная система решений. Структура множества решений произвольной системы линейных уравнений.

### **Раздел 8. Линейные операторы векторных пространств.**

Линейный оператор, его ядро и образ. Ранг и дефект. Матрица линейного оператора. Изменение матрицы оператора при переходе к другому базису. Алгебраические действия над линейными операторами. Матрица композиции и суммы линейных операторов. Условия обратимости оператора. Инвариантное подпространство. Сужение оператора на инвариантное подпространство. Матрица оператора при наличии инвариантного подпространства, при разложении пространства в прямую сумму инвариантных подпространств. Собственное значение и собственный вектор оператора. Характеристический многочлен оператора.

### **Раздел 9. Нормальные формы матриц.**

Характеристический многочлен матрицы. Определение и построение нормальной формы Жордана (без доказательства). Минимальный многочлен. Критерий диагонализируемости матрицы над полем. Нормальная форма Фробениуса (без доказательства).

### **Раздел 10. Квадратичные формы.**

Квадратичная форма и ее матрица. Канонический вид. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа. Нормальный вид вещественной и комплексной квадратичных форм. Закон инерции квадратичных форм. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы (без доказательства).

### **Раздел 11. Евклидовы и унитарные пространства, их операторы.**

Линейные и билинейные функции. Определение евклидова и унитарного пространства. Длина вектора, угол между векторами. Ортогональные и ортонормированные базисы. Процесс ортогонализации Грама–Шмидта. Ортогональное дополнение к подпространству в евклидовом или унитарном пространстве. Сопряженный оператор. Унитарные и ортогональные операторы, канонический вид их матриц.

## **ИНФОРМАЦИОННАЯ ЧАСТЬ**

### **Основная литература**

1. Милованов М.В., Тышкевич Р.И., Феденко А.С. Алгебра и аналитическая геометрия. Т. 1. Мн.: Амалфея, 2001.
2. Милованов М.В., Толкачев М.М., Тышкевич Р.И., Феденко А.С. Алгебра и аналитическая геометрия. Т. 2. Мн.: Амалфея, 2001.
3. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. М.: МЦНМО, 1998.
4. Мальцев И.М. Основы линейной алгебры. М.: Наука, 1970.
5. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. М.: Наука, 1984.
6. Бурдун А.А., Мурашко Е.А., Толкачев М.М., Феденко А.С. Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии. Мн.: Университетское, 1999.
7. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре. М.: Наука, 1974.
8. Баркович О.А. Алгебра: задания для практических занятий и самостоятельной работы. В 2 ч. Ч. 1. Введение в алгебру. Минск: БГПУ, 2005.
9. Баркович О.А. Алгебра: задания для практических занятий и самостоятельной работы. В 2 ч. Ч. 2. Линейная алгебра. Минск: БГПУ, 2006.
10. Монахов В.С., Бузланов А.В. Алгебра и теория чисел: практикум. Минск: Изд. центр БГУ, 2007.

### **Дополнительная литература**

1. Винберг Э.Б. Курс алгебры. М.: Факториал—пресс, 2001.
2. Кострикин А.И., Манин Ю.И. Линейная алгебра и геометрия. М.: Наука, 1983.
3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1965 (и более поздние издания).