УДК 101.1:510.2

Сентенция Евклида в математических и философских основаниях идеи классификации

В. А. Еровенко, доктор физико-математических наук, профессор*

Чувство неудовлетворенности положением дел в области преподавания математики студентам-гуманитариям сложилось в общественном сознании уже более двадцати лет назад. Основной философский вопрос в указанной проблеме может быть сформулирован так: как современная математика может способствовать формированию мировоззрения студентов вне зависимости от того, предрасположен он или нет к изучению точных наук? Для тех, кто действительно хочет стать философом или расширить область своего знания и, соответственно, незнания, необходимо раскрывать в учебной аудитории такие математические темы, которые непосредственно связаны с их будущей профессиональной деятельностью. К такой теме, безусловно, относятся «математические основы идеи классификации».

Ключевые слова: математическое образование философов; математические и философские основания; идея классификации.

Euclid's Maxim in the Mathematical and Philosophical Foundations of the Idea of Classifying

V. A. Erovenko, Doctor of Physical-Mathematical Sciences, Professor

Dissatisfaction of state of affairs in the field of teaching of mathematics to the humanities students developed in the public consciousness more than twenty years ago. The basic philosophical problem of this issue can be formulated as follows: how the contemporary mathematics can contribute to a worldview of students, regardless of whether or not they are predisposed to the study of exact sciences? For those who really want to become a philosopher or expand the scope of their knowledge and consequently lack of knowledge, such mathematical topics that are directly related to their future professional activity must be disclosed in the classroom. Such topic as «mathematical foundations of the idea of classification», of course, belongs to these themes.

Keywords: mathematical education of philosophers; mathematical and philosophical foundations; the idea of classification.

В пользу важности мировоззренческих аспектов, связанных с математикой, говорит то, что многие мыслители и выдающиеся ученые использовали и используют математические образы для выражения своего миропонимания. О востребованности любого знания для философов афористично говорится в одной из максим Мишеля Монтеня: «В начале всякой философии лежит удивление, ее развитием является исследование, ее концом — незнание». В философских афоризмах для учащейся молодежи открывается целое поле мировоззренческих смыслов, которые отличаются не только аллегоричностью, но и поучительностью, пробуждающей человека к духовной жизни. Следует отметить особую мировоззренческую значимость курса математики для студентов-философов в практическом формировании творческих личностей. Известно, что в математике нет «царских путей», но в нее ведет дорога, проложенная Евклидом. Он верил в преображающую силу разума, поэтому стиль изложения математики Евклида живет не только в большинстве книг по математике, но и в тысячах школьных и студенческих конспектов.

На протяжении почти двух тысячелетий Евклид был для всех эталоном математической строгости и «энциклопедией геометрической мудрости». Не случайно некоторые философы с целью обезопасить себя от упреков в нестрогости рассуждений прибегали к стилю изложения Евклида и формулировали свои философские рассуждения с помощью аксиом, лемм и теорем. «*„Начала“ Евклида — не что иное как „азбука“ всякой математической эпистемы или даже вообще всякой эпистемы — если вслед за Платоном не рассматривать других специальных эпистем, кроме математических*» [1, с. 139]. В древнегреческой философии категория «эпистема» обозначала «знание», или, следуя Платону, «логически взаимосвязанную систему утверждений», а также «доказанную истину». Усомниться в каком-нибудь положении евклидовой геометрии продолжительное время означало окончательно подорвать свою математическую репутацию. Даже великий немецкий математик К. Ф. Га-

* Заведующий кафедрой общей математики и информатики механико-математического факультета БГУ

усс, вплотную подошедший к идеям неевклидовой геометрии, не решился опубликовать свои исследования, опасаясь «крика беотийцев», так называемых древнегреческих людей, наделенных весьма скромными умственными способностями. Заметим, что уязвимость определения параллельных прямых — единственного определения, в котором фигурирует «бесконечность», — впоследствии стала причиной, взорвавшей евклидову геометрию и показавшей логическую возможность неевклидовых геометрий.

Только русский геометр Н. И. Лобачевский не побоялся опубликовать свои открытия и невзирая на насмешки и непонимание сделал неевклидову геометрию общим достоянием. С точки зрения современной математики изложение «Начал» Евклида является недостаточно обоснованным. В итоге философскую и математическую работу по усовершенствованию аксиоматики евклидовой геометрии проделал другой великий немецкий математик Д. Гильберт. В контексте сказанного практический интерес представляет исследование философских и математических аспектов учения о классификации, так как большинство проблем, возникающих при классификации, не специфично только для нее и являются актуальными для всякой мыслительной деятельности вообще. Основная трудность состоит в том, что всякая классификация применяется не непосредственно к объектам исследования, а к философским понятиям об этих объектах. В понятиях должны фиксироваться не только внешние характеристики объектов, или «экстенсия понятия», но и достаточно полно отражаться сущностные свойства этих объектов, или «интенсия понятия». Согласно принятой в философии классификации истин, есть истины аналитические или логические, и есть истины эмпирические. Студенты-философы недостаточно знакомы с логическими основаниями в понимании классификации с математической точки зрения.

Все классификации создаются уже после свершившихся событий, т. е. сначала факты, а потом их анализ и систематизирование. Нередко «классификации» плохо мировоззренчески подготовленных авторов не вызывают даже подобия усмешки, настолько они радикально плохи. Популярным фольклорным примером радикально несостоятельной классификации животных, нарушающей все мыслимые требования, восходит к аргентинскому писателю Хорхе Луису Борхесу. Он приводит отрывок из «некой китайской энциклопедии», согласно которой животные «*подразделяются на: а) принадлежащих императору; б) бальзамированных; в) прирученных; г) молочных поросят; д) сирен; е) сказочных; ж) бродячих собак; з) включенных в настоящую классификацию; и) буйствующих, как в безумии; к) неисчислимых; л) нарисованных очень тонкой кисточкой из верблюжьей шерсти; м) и прочих; н) только что разбивших кувшин; о) издалека кажущихся мухами*» (цит. по [2, с. 68]). Эта классификация поражает не только невозможными видами некоторых разновидностей животных и способами соединения их в одну группу, но также самим перечислением их друг за другом. Удивительно и то, что в восьмом пункте содержится намеренная ошибка в рассуждении.

Явная недоброкачественность этой классификации заключается прежде всего в пункте «и прочие», чем грешат иногда сами математики, называя плохо исследованные или труднодоступные классы «и другие». Логико-философская несостоятельность сказочно-юмористической классификации Борхеса состоит в том, что она вообще не придерживается никакого основания, в ней, по существу, декларируется, что не надо даже пытаться искать какое-то подобие неизменного основания в процессе проведенного деления «животных». Но хорошо известно, что такого рода «литературные гримасы» и древние парадоксы перекликаются с современными рассуждениями по поводу оснований математики. Очевидно, что из нескольких возможных классификаций лучшей будет признана та, которая осуществляется по одному и тому же основанию, а не на основе собственных, порой экзотических признаков, как в приведенном анекдотическом примере. Следует признать, что в гуманитарном знании иногда «лучше работают» логически небезупречные классификации, хотя интуитивные суждения по аналогии иногда приводят к ложным выводам, если для них привлекаются искаженные факты.

С точки зрения математики, идея классификации, по существу, связана с множествами и отображениями. Рассмотрим простейший, но зато понятный всем пример. Биологические виды животных можно разделить на следующие классы: волк, горилла, свинья принадлежат классу «млекопитающих»; голубь, гусь, орел — классу «птиц»; крокодил, черепаха, ящерица — классу «пресмыкающихся»; карась, осетр, щука — классу «рыб»; амеба, вибрион холеры, инфузория-туфелька — классу «простейших». Заметим, что с точки зрения такой классификации, безусловно, истинно очень популярное выражение: «Гусь свинье не товарищ!», так как эти животные принадлежат разным классам. Обозначим через $\boldsymbol{A}=\{$множество всех биологических видов животных$\}$, а через $\boldsymbol{B}=\{$млекопитающие, птицы, рыбы, пресмыкающиеся, простейшие$\}$, т. е. множество всех их классов. «Тогда каждому элементу множества $\boldsymbol{A}$, т. е. виду животных, естественно, сопоставляется некоторый элемент множества $\boldsymbol{B}$ — тот класс, которому этот вид принадлежит» [3, с. 81]. Получившееся в результате этого отображение e: $\boldsymbol{A} \to \boldsymbol{B}$ называется «естественным отображением», при котором ни один класс не является пустым множеством.

Полноценная философская классификация как замкнутая концептуальная система лежит между непосредственной конкретностью отдельных понятий и универсальной абстрактностью математических понятий. Интеллектуальные подходы к классификации в философском исследовании зависят от того, является ли индивидуальное мышление человека менее конкретным или более абстрактным. «*Особняком стоят в этом отношении классификации в математике. В последней нет такого разграничения знания на эмпирический и теоретический уровни, как в опытной науке. Абстрактные, идеализированные объекты математики изначально принадлежат теории и пребывают в сфере идеального бытия*» [4, с. 70—71]. А в чем проявляется абстрактность математики? Во-первых, в абстракции идеализации, отражающей существенные свойства математического объекта; во-вторых, абстракция отождествления, как процесс отвлечения от несущественных свойств, создавая абстрактное понятие; в-третьих, это абстракция потенциальной осуществимости, характеризующая реальные границы конструктивных возможностей. Классификация в математике — это, как правило, заключительный этап исследования, прошедшего через построение формальной теории, в которой начальные положения определяются аксиоматически.

Процесс познания, как подтверждает история науки, возможен лишь на пути совершенствования формальной стороны мышления, которое, достигнув уровня способности конструировать умозаключения, становится математическим или символическим в широком смысле этого слова. С точки зрения математики, познавательная суть классификации заключается в разбиении данного множества объектов на попарно непересекающиеся подмножества (классы) в соответствии с так называемым «основанием классификации», т. е. принципом или признаком, наиболее существенным для рассматриваемых объектов одного класса. Абстрагируясь от индивидуальных черт каждого объекта, мы объединяем их по основному признаку, как бы отождествляя их в этом отношении, что и дает один из классов. Не будет преувеличением сказать, что в указанном контексте работа современного математика — это изучение всех возможных закономерностей и их полная классификация. «*Вообще, идея классификации состоит в том, что, имея заданное множество $\boldsymbol{A}$, мы объединяем его элементы в классы по определенному признаку эквивалентности, причем так, что получающиеся классы попарно не пересекаются и охватывают все элементы множества $\boldsymbol{A}$*» [3, с. 81]. Именно в теории множеств формируется самое общее понятие соотношений между математическими объектами, рассматриваемыми как элементы заданного множества, для которых можно выделить принцип или признак эквивалентности, который в математике называется «отношение эквивалентности».

Условимся считать, что запись $a \sim b$ означает, что элемент a эквивалентен элементу b, а если a — элемент множества $\boldsymbol{A}$, т. е. $a \in \boldsymbol{A}$, то через $[a]$ будем обозначать класс эквивалентности элемента a, т. е. множество всех $x \in \boldsymbol{A}$, для которых $x \sim a$, а именно $[a] = \{x \in \boldsymbol{A}: x \sim a\}$. Возникает вопрос: какими свойствами должно обладать отношение $a \sim b$ между двумя элементами a и b множества $\boldsymbol{A}$, чтобы эти элементы можно было отождествить. Теория множеств говорит, что для этого достаточно трех свойств. *Для того чтобы послужить основой для классификации, отношение эквивалентности должно быть рефлексивным: для любого $a \in \boldsymbol{A}$ имеем $a \sim a$; симметричным: если $a \sim b$, то $b \sim a$; и транзитивным: если $a \sim b$ и $b \sim c$, то $a \sim c$.* Дадим неформализованный философский комментарий этих понятий. Отношение называется рефлексивным, если всякий объект, для которого данное отношение осмысленно, находится в этом отношении к самому себе, или любая альтернатива равноценна сама себе, поэтому отношение эквивалентности определено для всех элементов данного множества. Далее, отношение называется симметричным, коль скоро всякий раз, когда какой-то объект находится в этом отношении к первому, второй объект находится в том же отношении к первому. Наконец, отношение называется транзитивным, если всякие два объекта, связанные одним и тем же отношением с третьим объектом, находятся в этом отношении между собой.

Здесь уместно вспомнить сентенцию Евклида. Он говорил: «*Порознь равные третьему равны между собой*» [3, с. 84]. Мы акцентируем внимание на этом высказывании потому, что наиболее фундаментальное свойство математического равенства — это его транзитивность. Справедлива следующая «теорема о классах эквивалентности» (или «теорема о разбиении»): *Если на множестве $\boldsymbol{A} = \{a, b, \ldots\}$ задано отношение эквивалентности, то множество $\boldsymbol{A}$ можно разбить на непересекающиеся подмножества так, что любые два элемента a и b множества $\boldsymbol{A}$, принадлежащие одному подмножеству, эквивалентны ($a \sim b$), а любые два элемента, принадлежащие разным подмножествам, не эквивалентны.* Подмножества, о которых говорится в теореме, называются «классами эквивалентности». Общим понятием «эквивалентность», которое определяется аксиомами или свойствами рефлексивности, симметричности и транзитивности, охватываются разнообразные частные случаи в математике. Рассмотрим три различных примера отношения эквивалентности на соответствующем математическом материале.

П р и м е р 1. Зафиксируем целое число $p > 1$. Скажем, что одно натуральное число находится к другому в отношении $\boldsymbol{R}$, если совпадают остатки от деления этих чисел на p. Нетрудно убедиться в том, что так определенное отношение $\boldsymbol{R}$ действительно является отношением эквивалентности.

П р и м е р 2. Уточним определение параллельности в евклидовой геометрии следующим образом: две прямые, лежащие в одной плоскости, параллельны, если они либо не имеют общих точек, либо совпадают. При таком усовершенствованном определении отношение параллельности является отношением эквивалентности на множестве всех прямых плоскости.

П р и м е р 3. В теории множеств два множества называются равномощными, если между ними можно установить взаимно однозначное соответствие. Поясним, что в математике для бесконечных множеств слово «мощность» означает то же самое, что для конечных множеств «число элементов». Понятие равномощности есть отношение эквивалентности.

Рассмотрим еще нематематический пример, назвав два слова русского языка эквивалентными, если они начинаются с одной и той же буквы. Полученное отношение между словами удовлетворяет трем указанным свойствам и, следовательно, является отношением эквивалентности. Класс эквивалентности — это множество слов, начинающихся с данной буквы. Обобщим это отношение: «Объявим два слова русского языка эквивалентными, если в их составе есть общая буква. Объявить-то мы объявили, но никакой эквивалентности у нас не получилось, потому что построенное отношение между словами не транзитивно» [5, с. 67]. Для проверки можно рассмотреть три слова: «кот», «кит», «мир». Действительно, слова «кот» и «кит», а также «кит» и «мир» имеют общие буквы, а слова «кот» и «мир» общей буквы не имеют. Поэтому не всякое понятие эквивалентности годится для разбиения на классы. Заметим, что отношение эквивалентности — это, попросту говоря, множество $\boldsymbol{R}$ пар (a, b) элементов из $\boldsymbol{A}$, а перечисленные свойства эквивалентности — это, по существу: $(a, a) \in \boldsymbol{R}$ для всех $a \in \boldsymbol{A}$ (рефлексивность); из $(a, b) \in \boldsymbol{R}$ следует $(b, a) \in \boldsymbol{R}$ (симметричность); наконец, из $(a, b) \in \boldsymbol{R}$ и $(b, c) \in \boldsymbol{R}$ следует $(a, c) \in \boldsymbol{R}$ (транзитивность). Построим методически важные для понимания понятия эквивалентности, но достаточно простые контрпримеры, в которых два свойства эквивалентности выполняются, а третье свойство — нет.

К о н т р п р и м е р 1. (*Отношение, которое симметрично и транзитивно, но не является рефлексивным*) Пусть множество $\boldsymbol{A} = \{a, b, c\}$. Рассмотрим на нем отношение $\boldsymbol{R}_1 = \{(a, a), (b, b)\}$. Оно симметрично и транзитивно, но не является рефлексивным, так как в нем нет пары (c, c), т. е. $(c, c) \notin \boldsymbol{R}_1$.

К о н т р п р и м е р 2. (*Отношение, которое рефлексивно и транзитивно, но не является симметричным*) Пусть множество $\boldsymbol{A} = \{a, b, c\}$. Рассмотрим на нем отношение $\boldsymbol{R}_2 = \{(a, a), (b, b), (c, c), (a, b)\}$. Оно рефлексивно и транзитивно, но несимметрично, так как в нем нет пары (b, a), т. е. $(b, a) \notin \boldsymbol{R}_2$.

К о н т р п р и м е р 3. (*Отношение, которое рефлексивно и симметрично, но не является транзитивным*) Пусть множество $\boldsymbol{A} = \{a, b, c\}$. Рассмотрим на нем отношение $\boldsymbol{R}_3 = \{(a, a), (b, b), (c, c), (a, b), (b, a), (b, c), (c, b)\}$. Оно рефлексивно и симметрично, но не является транзитивным, так как, например, в этом отношении нет пары (a, c) или пары (c, a), т. е. $(a, c) \notin \boldsymbol{R}_3$ и $(c, a) \notin \boldsymbol{R}_3$.

Сделаем еще одно методологическое замечание о важности и необходимости всех аксиом определения отношения эквивалентности. Неискушенный в аксиоматике человек может предположить, что аксиома рефлексивности следует из аксиом симметричности и транзитивности, рассуждая следующим образом. Пусть во множестве пар $\boldsymbol{R}$ из множества $\boldsymbol{A}$, удовлетворяющих условиям симметричности и транзитивности, есть пара $(a, b) \in \boldsymbol{R}$, тогда в силу симметричности в этом множестве должна быть пара $(b, a) \in \boldsymbol{R}$, а по свойству транзитивности из существования этих двух пар следует, что пара $(a, a) \in \boldsymbol{R}$ и пара $(b, b) \in \boldsymbol{R}$, т. е. для элементов $a, b \in \boldsymbol{A}$ выполняется свойство рефлексивности. Где же подвох? Он в предположении, что обязательно существует пара $(b, a) \in \boldsymbol{R}$, но ее может не быть, более того, в процессе классификации иногда исключается и даже теряется часть информации.

В различных разделах математики возникают задачи о разбиении заданного множества на непересекающиеся подмножества элементов, обладающих определенными свойствами. В философской аудитории обозревать такого рода примеры без всякой мотивировки довольно трудно. Вот одна из них. Почему дроби 1/2 и 2/4 представляют собой одно и то же рациональное число, или почему числитель и знаменатель дроби можно сокращать на одно и то же число? Чтобы ответить на этот вопрос, сначала отметим, что рассмотренную выше теорему о классах эквивалентности по праву можно считать одной их главных в математике. «*Ярким применением этой теоремы служит построение рациональных чисел из чисел натуральных.* Сперва надо построить целые числа. Они строятся из натуральных очень просто: к натуральным числам надо присовокупить их «отрицательные дубликаты», т. е. вместе с каждым натуральным m ввести в рассмотрение число $-m$. И ко всей полученной совокупности положительных и отрицательных целых чисел присоединить еще ноль» [5, с. 67]. Зафиксировав понятие целых чисел, можно переходить к построению системы рациональных чисел, т. е. чисел, представимых в виде дроби p/q, где p и q — это целые числа и $q \in 0$.

Рациональное число определяется как класс эквивалентных дробей, при этом отношение эквивалентности $m/n \sim p/q$ задается условием $m{\cdot}q = n{\cdot}p$. Это отношение является рефлексивным, симметричным и транзитивным, т. е. множество всех дробей разбивается на классы эквивалентности и каждый такой класс эквивалентности и есть рациональное число. Именно на этом основана возможность сокращения дробей и приведения их к общему знаменателю. Например, эквивалентными являются дроби 2/3 и 4/6, поскольку $2{\cdot}6 = 3{\cdot}4$, и, следовательно, они представляют одно и то же рациональное число. Для студентов-философов важен следующий методологический комментарий: «*Именно рациональные числа, а не отдельные дроби изображаются точками на числовой оси.* Ведь нет отдельных точек для 2/3, 4/6 или 10/15. Эти дроби (и все другие, эквивалентные им) изображаются одной точкой. Надо бы писать [2/3] = [4/6], т. е. *класс*, содержащий дробь 2/3, *совпадает с классом*, содержащим дробь 4/6 (и именно этот класс, т. е. рациональное число, изображается точкой на числовой оси). Однако для простоты мы опускает квадратные скобки, т. е. пишем 2/3 = 4/6 (вместо более четкой записи 2/3 ~ 4/6)» [3, с. 85]. Добавим к этому, что сложение и умножение рациональных чисел корректно выполняется по представителям из классов.

Хотя математическая модель схватывает суть явления, это не означает, что она охватывает его целиком, и поэтому надо стараться сохранять открытость для интерпретаций. Возвращаясь к философской интерпретации идеи классификации, заметим, что теоретически возможны два пути группировки — это классификация и систематизация. Напомним их философские определения. *Классификация* — это способ упорядочения, структуризация множества объектов путем выделения общего признака у этих объектов как основания их структуризации. В этом случае ученый-исследователь исходит из данного ему многообразия конкретных явлений и стремится упорядочить их, разделяя на соответствующие группы или классы. *Систематизация* — это объединение объектов или знаний о них путем выявления существенных связей между ними на основе определенного закона, правила или принципа. Философско-методологической целью классификации является систематизация знаний в конкретной области, ориентированная не только на разделение понятий, но и на установление связей между ними. «*В математике, например, систематизация осуществляется в виде дедуктивной упорядоченности, классическим образцом которой является геометрия, как она представлена в „Началах“ Евклида*» [4, с. 12]. В реальной работе классификация и систематизация в чистом виде встречаются довольно редко, но, несмотря на их определенную взаимосвязь, каждая процедура имеет собственные сильные и слабые стороны, которые выявлены в современной философии науки.

Остановимся лишь на наиболее важных из них. К несомненным достоинствам классификации относится то, что «имея возможность группировать явления практически в неограниченном количестве направлений, классификация способна отвечать многообразным познавательным потребностям». К недостаткам классификации можно отнести то, что «*она заставляет признать выделение любого классификационного признака лишь относительно необходимым, а производимую на этой основе группировку — в известной мере условной, так как те же объекты можно различать и по иным признакам*» [6, с. 7]. Достоинства систематизации обусловлены тем, что она исходит из теоретического конструирования идеального объекта исследования как некой целостности, внутренняя дифференцированность которой есть результат закономерности ее строения. Но это заставляет предполагать существование явлений, которые еще не известны философии и науке, откуда вытекает относительная уязвимость систематизации, так как любая систематизация должна постоянно обращаться к реальности, чтобы получать подтверждение в классифицируемом материале. В широком философском контексте методология систематизации теоретически более сложна, чем методология классификации, для которой есть, например, такой безупречный мировоззренческий образец, как формальная математическая классификация.

Говоря в философско-мировоззренческом смысле о форме или системе организации знания о каких-либо объектах как о категории реальности и категории познания, надо отдавать себе отчет в том, что в действительности это разные вещи. Оставляя в стороне эту гносеологическую проблему, будем исходить из того, что категории познания и категории реальности все же согласуются между собой. Необходимо также сказать об онтологической предпосылке, благодаря которой создается возможность классификационного подхода, а именно об определенном характере предметной области исследования, которую можно рассматривать как специфическую систему, представляющую собой множество не только объектов, но и определенных отношений между ними. Указанная предпосылка тоже может выглядеть нестандартно. Известный литературовед М. Л. Гаспаров записал такой анекдотический случай: «*Был тест на классификацию карточек с картинками, дерево и таракан оказались в одной группе. Испытуемый объяснил: потому что никто не знает, откуда взялись деревья и откуда взялись тараканы*» [7, с. 34]. Всякий познавательный процесс должен предполагать смысловую группировку изучаемых объектов с целью отнесения каждого нового объекта, появившегося в поле зрения, к определенной группе уже известных объектов.

В ходе исторического развития знания происходит изменение структуры и видов классификации. Учет исторических и методологических факторов приводит к традиционному делению на естественные и искусственные классификации. Искусственную классификацию можно интерпретировать как описательно-распознавательную систему, представляющую классифицируемую область знания в удобном для понимания, обозрения и распознавания виде. Поэтому некоторые нормы и правила, регулирующие процесс искусственной классификации, диктуемый логикой, имеют конвенциональный характер с целью решения сходных задач единообразным или хотя бы сходным образом. В естественной классификации обычно исходят из учета свойств объектов, объединяя их в группы на основании наибольшего сходства между собой. Естественная классификация, несмотря на неудачные попытки ее формализации, определяется природой изучаемых явлений, и за естественную принимают ту классификацию, которая является таковой во мнении научного сообщества. Общим для различных видов классификаций является «борьба за полноту», чтобы каждый из подлежащих классификации объектов принадлежал какому-либо классу, и «выдержанность классификации», состоящая в том, чтобы она проводилась по единому принципу или признаку.

Формальную процедуру классификации как форму систематизации следует отличать от простого, как правило неполного, описания. «*Классификацию отличает от самого точного и совершенного описания наличие трех отчетливо обозначенных структурных элементов: множества установленных групп подобных объектов; оснований, по которым объекты объединяются в группы; принципа или закона, согласно которому все группы соединяются, организуются в единую систему*» [4, с. 28]. Множество классификационных групп или классов подобных объектов, организованных в единую систему, реализуемую в виде несовместимых или непересекающихся классов. Указанные классификационные группы могут характеризоваться не одним, а целым набором характеристических свойств, когда отдельно взятое свойство недостаточно для определения принадлежности объекта к фиксированной группе. В основание, по которому осуществляется объединение объектов в группы, кладутся свойства, объединяющие объекты по их общности. Сутью классификационной системы является принцип, определяющий общность свойств у объектов, принадлежащих к одним группам и классам.

Игнорирование указанных структурных элементов классификации может привести, например, к «классификации книг», приведенной в романе Татьяны Толстой «Кысь», где на одну полку попали Лобачевский и Ушинский, Носов и Языков, Шейнин и Телешов. Нельзя не учитывать, что в разных областях науки в силу их отличий не могут с одинаковым успехом применяться одни и те же способы построения классификаций. Например, комбинаторная природа абстрактного математического мышления позволяет строить «классификации классификаций», рассматривая все возможные альтернативы развития. В общефилософском плане трудно ожидать, что будет найден универсальный метод всех возможных случаев классифицирования на основе определенной философско-методологической концепции, поскольку всякая классификация, по существу, условная интерпретация, что делает классификацию уязвимой. Но это не недостаток, а свойство любой классификации.

Немецкий философ Артур Шопенгауэр утверждал, что «всякое ограничение осчастливливает», считая, что чем у́же наш кругозор, тем мы счастливее, так как с его расширением лишь увеличиваются наши опасения. Философы науки отличаются стремлением к выявлению всего многообразия возможностей. Поэтому необходимо понять то, что уже сделано и успешно работает в математической теории классификации. Это надо ценить!

Список цитированных источников

1. *Родин, А. В.* Математика Евклида в свете философии Платона и Аристотеля / А. В. Родин. — М., 2003.
2. *Ивин, А. А.* Логика: Элементарный курс: учеб. пособие / А. А. Ивин. — М., 2001.
3. *Болтянский, В. Г.* Беседы о математике / В. Г. Болтянский, А. П. Савин. — М., 2002.
4. *Субботин, А. Л.* Классификация / А. Л. Субботин. — М., 2001.
5. *Успенский, В. А.* Что такое аксиоматический метод? / В. А. Успенский. — Ижевск, 2001.
6. *Каган, М. С.* Классификация и систематизация / М. С. Каган // Типы в культуре. — Л., 1979. — С. 6—11.
7. *Гаспаров, М. Л.* Записки и выписки / М. Л. Гаспаров. — М., 2001.

Дата поступления в редакцию: 10.09.2014 г.